

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, ZIMNÍ SEMESTR 2018–2019
ZADÁNÍ PÍSEMNÉ ČÁSTI ZKOUŠKY - VARIANTA C

LUBOŠ PICK

Příklad C1. Spočtěte limitu posloupnosti.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log(n + \frac{1}{3}) - \log n}{1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}}} \operatorname{arctg}(n^2).$$

(10 bodů)

Příklad C2. Spočtěte limitu funkce.

$$\lim_{x \rightarrow 0-} \frac{\operatorname{tg} x - \arcsin x}{\sqrt{e^{x^6} - 1}}.$$

(10 bodů)

Příklad C3. Necht' $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Uvažujte číselnou řadu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\operatorname{tg} x)^n}{3^{\frac{n}{2}} n}.$$

- (a) Rozhodněte, pro která $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ řada konverguje.
(b) Rozhodněte, pro která $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ řada konverguje absolutně.

(10 bodů)

Příklad C4. Uvažujte funkci $f: [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ zadanou předpisem

$$f(x) = \arccos \left(-\frac{x+1}{e^x} \right).$$

- (a) Dokažte, že funkce f je dobře definovaná, tedy že pro každé $x \in [-1, \infty)$ je výraz $\arccos \left(-\frac{x+1}{e^x} \right)$ definován.
(b) Rozhodněte, zda existují $f'_+(0)$, $f'_-(0)$, a pokud ano, spočtěte je.
(c) Rozhodněte, zda je funkce f konvexní na $[-1, \infty)$.
(d) Určete intervaly monotonie funkce f .
(e) Určete obraz množiny $[0, \infty)$ při zobrazení f .

(20 bodů)