Cvičení č. 1 z NSTP097
4. 10. 2010

Náhodná veličina a její charakteristiky

1. Určete střední hodnotu a rozptyl, načrtněte distribuční funkci a určete momentovou vytvořující funkci náhodné veličiny X s rozdělením

   (a) alternativním $\mathrm{Alt}(p)$, $p \in (0,1)$,

   (b) geometrickým $\mathrm{Geo}(p)$, $p \in (0,1)$,

   (c) Poissonovým $\mathrm{Po}(\lambda)$, $\lambda > 0$.

2. Při výpočtech (zejména příkladů 3(b) a (c)) se často hodí používat tzv. gama funkci, která je pro $p > 0$ definovaná jako
$$\Gamma(p) = \int_0^\infty x^{p-1} \mathrm{e}^{-x} \, \mathrm{d}x.$$
   Ověřte, že pro libovolné $a > 0$ platí
$$\int_0^\infty x^{p-1} \mathrm{e}^{-ax} \, \mathrm{d}x = \frac{\Gamma(p)}{a^p}.$$
   Připomeňte si základní vlastnosti této funkce (viz Teorie míry a integrálu).

3. Spočítejte distribuční funkci F, střední hodnotu $\mathsf{E}X$ a rozptyl $\mathsf{Var}\,X$, jestliže má veličina X rozdělení

   (a) rovnoměrné na intervalu $[a,b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$,

   (b) exponenciální $\mathrm{Exp}(\lambda)$ s parametrem $\lambda > 0$,

   (c) Gamma rozdělení $\Gamma(a,p)$ s parametry $a > 0$, $p > 0$.