

Logická výstavba matematiky

definice, axiom, věta, důkaz

1. Rozhodněte, zda jsou následující formulace definicemi, nebo větami:

- a) Necht' A, B, C jsou tři navzájem různé nekolineární body. Potom průnik polorovin ABC , BCA , ACB nazveme trojúhelníkem ABC .
- b) Mějme úsečku AB , kde $A \neq B$, ležící v rovině α . Množinou bodů roviny α , které jsou od bodu A stejně vzdálené jako od bodu B , je kolmice k úsečce AB procházející jejím středem.

důkaz přímý

- 2. Dokažte, že $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}$ je $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
- 3. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}$ platí: $2|n \Rightarrow 2|n^2$.

důkaz nepřímý

- 4. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}$ platí: $2|n^2 \Rightarrow 2|n$.
- 5. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}$ platí: $5|(n^2 + 1) \Rightarrow 5 \nmid n$.

důkaz sporem

- 6. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4: 2|(n^3 - 11n)$.
- 7. Dokažte, že $\sqrt{2}$ není racionálním číslem.

důkaz matematickou indukcí

- 8. Tvrzení v úloze 6 dokažte matematickou indukcí.
- 9. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}: 1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

další úlohy

- 10. Dokažte, že $\forall n \in \mathbb{N}: 3|(n^3 + 5n)$.
- 11. Dokažte, že $\sqrt{3}$ není racionálním číslem.
- 12. Tvrzení v úloze 4 dokažte sporem.
- 13. Tvrzení v úloze 9 dokažte přímo.
- 14. Dokažte, že $\forall k \in \mathbb{N}: 9|(10^k - 1)$.
- 15. Dokažte, že $\forall k \in \mathbb{N}: 73|(3^{4k} - 2^{3k})$.

Literatura

<https://karlin.mff.cuni.cz/~portal/logika/?page=title>

Odvárko, O. (1995). *Matematika pro gymnázia: Posloupnosti a řady*. Prometheus.