Limity funkcí, týden 1, cvičení 2 (23.2.2024)

Spočtěte limity.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x) - \exp(-\frac{1}{2}x^2)}{x^4}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cosh(x) - \sqrt{\cos x}}{x^2}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[4]{1+4x}}{\cos(ax) - \cos(bx)}$, $|a| \neq |b|$.
4. $\lim\limits_{x\to 1} (1-x)\tan\frac{\pi x}{2}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - x}{\sin x - x}$.
6. $\lim\limits_{x\to \infty} \log\left(x(\pi - 2\arctan x)\right)$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \sin x}{x^n}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\exp(x^2+x) - \sin x + 3\cos x - 4}{\arctan^3 x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$
10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\exp(x^2)-1)(\sin x - x)^2}{(\cos x - 1)^2 \sin^4 x}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x^2)}{\log(1-x^2-x^4) - \log(1-x^2+x^4)}$
12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2(\sin x - \tan x) + x^3}{(e^x - 1)(\exp(-x^2) - 1)^2}$
13. $\lim\limits_{x\to +0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{(1-\cos\sqrt{x})^2}$
14. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin\left(e^{x^2}-1\right) - 1 + \cos(\sqrt{2}\,x)}{x^4}$
15. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+\sin x)^x - \exp(x^2) + \frac{x^3}{2}}{x^4}$
16. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[6]{n^5}\left(\sin(\frac{1}{\sqrt{n}}) - \frac{1}{\sqrt[6]{n}}\log\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)\right)$

Limity funkcí, týden 1, cvičení 2 (23.2.2024)

Spočtěte limity.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x) - \exp(-\frac{1}{2}x^2)}{x^4}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cosh(x) - \sqrt{\cos x}}{x^2}$.
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+3x} - \sqrt[4]{1+4x}}{\cos(ax) - \cos(bx)}$, $|a| \neq |b|$.
4. $\lim\limits_{x\to 1} (1-x)\tan\frac{\pi x}{2}$.
5. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\tan x - x}{\sin x - x}$.
6. $\lim\limits_{x\to \infty} \log\left(x(\pi - 2\arctan x)\right)$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \sin x}{x^n}$
8. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\exp(x^2+x) - \sin x + 3\cos x - 4}{\arctan^3 x}$
9. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - \sin x - 1}{x^2}$
10. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(\exp(x^2)-1)(\sin x - x)^2}{(\cos x - 1)^2 \sin^4 x}$
11. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1-\cos(x^2)}{\log(1-x^2-x^4) - \log(1-x^2+x^4)}$
12. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2(\sin x - \tan x) + x^3}{(e^x - 1)(\exp(-x^2) - 1)^2}$
13. $\lim\limits_{x\to +0} \dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{(1-\cos\sqrt{x})^2}$
14. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin\left(e^{x^2}-1\right) - 1 + \cos(\sqrt{2}\,x)}{x^4}$
15. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(1+\sin x)^x - \exp(x^2) + \frac{x^3}{2}}{x^4}$
16. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[6]{n^5}\left(\sin(\frac{1}{\sqrt{n}}) - \frac{1}{\sqrt[6]{n}}\log\left(1+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}\right)\right)$

Výsledky.

1. $\frac{-1}{12}$
2. $\frac{3}{4}$
3. $\frac{1}{b^2 - a^2}$
4. $\frac{2}{\pi}$
5. -2
6. $\log 2$
7. $\begin{cases} 1, & n = 0, \\ +\infty, & n > 0, \\ 0, & n < 0. \end{cases}$
8. $\frac{4}{3}$
9. $\frac{1}{2}$
10. $\frac{1}{9}$
11. $\frac{-1}{4}$
12. $\frac{-1}{4}$
13. 1
14. $\frac{2}{3}$
15. $\frac{1}{6}$
16. $\frac{1}{2}$