

Riemannův-Stieltjesův integrál, týden 8, cvičení 15

Spočítejte hodnoty následujících Riemannových-Stieltjesových integrálů

$$1. \int_0^1 x^2 d(x^3)$$

$$2. \int_0^1 x^2 d(e^x)$$

$$3. \int_1^e (x+4) d(e^x + \log x)$$

$$4. \int_0^3 e^x dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ 3, & 1 \leq x \leq 2, \\ -1, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$5. \int_1^3 x^2 dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & x = 1, \\ 2, & 1 < x < 2, \\ 3, & 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

$$6. \int_{-1}^1 g(x) dh(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} a, & x < 0, \\ b, & x = 0, \\ c, & x > 0, \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} A, & x < 0, \\ B, & x = 0, \\ C, & x > 0, \end{cases} \quad \text{kde } a, b, c, A, B, C \text{ jsou konstanty.}$$

Riemannův-Stieltjesův integrál, týden 8, cvičení 15

Spočítejte hodnoty následujících Riemannových-Stieltjesových integrálů

$$1. \int_0^1 x^2 d(x^3)$$

$$2. \int_0^1 x^2 d(e^x)$$

$$3. \int_1^e (x+4) d(e^x + \log x)$$

$$4. \int_0^3 e^x dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ 3, & 1 \leq x \leq 2, \\ -1, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$5. \int_1^3 x^2 dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & x = 1, \\ 2, & 1 < x < 2, \\ 3, & 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

$$6. \int_{-1}^1 g(x) dh(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} a, & x < 0, \\ b, & x = 0, \\ c, & x > 0, \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} A, & x < 0, \\ B, & x = 0, \\ C, & x > 0, \end{cases} \quad \text{kde } a, b, c, A, B, C \text{ jsou konstanty.}$$

Riemannův-Stieltjesův integrál, týden 8, cvičení 15

Spočítejte hodnoty následujících Riemannových-Stieltjesových integrálů

$$1. \int_0^1 x^2 d(x^3)$$

$$2. \int_0^1 x^2 d(e^x)$$

$$3. \int_1^e (x+4) d(e^x + \log x)$$

$$4. \int_0^3 e^x dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1, \\ 3, & 1 \leq x \leq 2, \\ -1, & 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

$$5. \int_1^3 x^2 dg(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} 1, & x = 1, \\ 2, & 1 < x < 2, \\ 3, & 2 \leq x \leq 3. \end{cases}$$

$$6. \int_{-1}^1 g(x) dh(x), \text{ kde } g(x) = \begin{cases} a, & x < 0, \\ b, & x = 0, \\ c, & x > 0, \end{cases} \quad h(x) = \begin{cases} A, & x < 0, \\ B, & x = 0, \\ C, & x > 0, \end{cases} \quad \text{kde } a, b, c, A, B, C \text{ jsou konstanty.}$$

Výsledky.

1. $\frac{3}{5}$

2. $e - 2$

3. $(e + 3)e^e - 3e + 3$

4. $2e - 4e^2$

5. 5

6. Integrál existuje jen v tom případě, že aspoň jedna z funkcí g, h je spojitá zprava, a aspoň jedna z těchto funkcí je spojitá zleva. Jinými slovy, musí být $(C - B)(c - b) = 0$ a $(A - B)(a - b) = 0$. V tom případě integrál se rovná $(C - A)b$, neboli skok funkcí h v bodě nespojitosti krát hodnota funkcí g v tom bodě. Způsob výpočtu: přímo z definice.