

Posloupnosti.

- 1.* Dokažte, že posloupnost $(1 + \frac{1}{n})^n$ je rostoucí.
- 2.* Dokažte, že posloupnost $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ je klesající.
- 3.* Dokažte, že $(1 + \frac{1}{n})^n < 3$
- 4.** Dokažte, že $\frac{1}{4n} < e - x_n < \frac{3}{n}$, kde $x_n = (1 + \frac{1}{n})^n$.
- 5.** Dokažte, že $z_n \uparrow e$ ($n \rightarrow \infty$) a $\frac{1}{(n+1)!} < e - z_n < \frac{1}{n \cdot n!}$, kde $z_n = \sum_{j=0}^n \frac{1}{j!}$.
- 6.** Dokažte, že $w_n \downarrow e$ ($n \rightarrow \infty$) a $\frac{1}{(n+1)(n+2)(n+2)!} < w_n - e < \frac{1}{n(n+1) \cdot (n+2)!}$,
kde $w_n = 3 - \sum_{j=1}^n \frac{1}{j(j+1)(j+1)!}$.
- 7.* Necht' $a > 0$, $x_0 > 0$, $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{a}{2x_n}$, $n \geq 0$. Zkoumejte jestli posloupnost $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ je konvergentní.
- 8.* Necht' $a > 0$, $x_0 > 0$, $x_{n+1} = \frac{2x_n}{3} + \frac{a}{3x_n^2}$, $n \geq 0$. Zkoumejte jestli posloupnost $\{x_n\}_{n=0}^{\infty}$ je konvergentní.