Matematika pro fyziky I

LS 2019/2020, MFF UK

Nutné podmínky ke zkoušce (nikoliv postačující)

Přesné definice, přesné znění a srozumitelný výklad následujících vět, pojmů a postupů:

- definice Gateauxova a Frechetova diferenciálu (derivace) funkcionálu Φ definovaném na Banachově prostoru. Nutná podmínka existence extremály funkcionálu Φ.
- Euler-Lagrangeovy rovnice a jejich odvození pro funkcionál $\Phi[y] := \int_a^b L(x, y(x), y'(x)) \, \mathrm{d}x$ pomocí fundamentálního lemmatu variačního počtu
- konvexní funkce více proměnných a charakterizace konvexity pro $f \in C^1(\Omega)$ a $f \in C^2(\Omega)$ (bez důkazu)
- Legendreova transformace - definice a základní vlastnosti
- bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti funkcí funkcí,
  konvergence v normě v prostoru $(C(\langle a, b \rangle), \| \cdot \|_\infty = \| \cdot \|_{\max})$, charakterizace (kritérium) stejnoměrné konvergence
- bodová a stejnoměrná konvergence řad funkcí, Bolzano-Cauchyho podmínka pro stejnoměrnou konvergenci řad, nutná podmínka stejnoměrné konvergence řad funkcí, Weierstrassova věta
- kompaktní množina (topologická a mterická definice), kompaktní množiny v $\mathbb{R}^d$, kompatní množiny v $C(K)$ (Arzela-Ascoliho věta)
- popis konstrukce Lebesgueova integrálu (hlavní kroky konstrukce)
- Leviho a Lebesgueova věta, Fatuovo lemma
- Lebesgueovy prostory (coby příklad Banachových prostorů), Hölderova a Minkovského nerovnost.
- různé typy konvergencí pro posloupnosti funkcí (bodová, skoro všude, v L^p-normě, stejnoměrná), Jegorovova věta
- topologický prostor, měřitelný prostor, míra a prostor s mírou, pravděpodobnostní prostor
- systém lebesgueovsky měřitelných množin, vlastnosti; míra, úplná míra, Lebesgueova míra a míry absolutně spojité vzhledem k Lebesgueově míře
- regulární křivka, křivkový integrál 1. a 2. druhu, význam a definice, věta o potenciálu
- regulární plocha dimenze k v prostoru $\mathbb{R}^d$, plošný integrál 1. a 2. druhu, význam a definice, Greenova a Stokesova věta
- Gauss-Ostrogradského věta a její důsledky: integrace per partes pro funkce více proměnných
- úplný ortonormální systém separabilního Hilbertova prostoru a charakterizace úplnosti
- abstraktní Fourierova řada (nejlepší aproximace prvku separabilního Hilberova prostoru na podprostoru generovaném prvními n prvky ortonormálního systému)
- klasická Fourierova řada, definice, přehled konvergenčních vlastností za různých předpokladů na funkci f