Matematika pro fyziky II

LS 2020/2021, MFF UK

Nutné podmínky ke zkoušce (nikoliv postačující)

Přesné definice, přesné znění a srozumitelný výklad následujících vět, pojmů a postupů:

- definice derivace komplexní funkce, charakterizace existence $f'(z)$ zahrnující Cauchy-Riemannovy podmínky; funkce holomorfní na množině
- definice komplexních funkcí exp, sin, cos, sinh, cosh a zavedení komplexního mnohoznačného logaritmu a hlavní větve logaritmu
- komplexní křivkový integrál, definice, základní odhad a vztah ke křivkovému integrálu druhého druhu
- Cauchy-Goursatova věta s důkazem pomocí Greenovy věty
- primitivní funkce, korektnost definice pro holomorfní funkce, základní věta integrálního a diferenciálního počtu funkcí komplexní proměnné
- Cauchyův integrální vzorec a jeho význam
- Laurentovy řady, hlavní a regulární část, určení konvergenční množiny
- klasifikace singularit a jejich charakterizace; meromorfní funkce
- residuum a residuová věta, residum v nekonečnu a věta o součtu residuí v $\mathbb{C}^*$
- důsledky Cauchy-Goursatovy věty: Liouvilleova věta. Věta o jednoznačnosti. Věta o střední hodnotě. Věta o otevřeném zobrazení.
- Morerova věta.
- konvoluce dvou integrovatelných funkcí
- Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$
- Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$
- Fourierova transformace funkce $e^{-\frac{|x|^2}{\lambda}}$ pro $\lambda > 0$
- Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$. Schwartzova věta o inverzi (zahrnuje platnost Fourierova inverzního vzorečku a Parsevalovu rovnost).
- Rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$
- distribuce, konvergence v $\mathcal{D}$, regulární distribuce, proč je $T_{\text{v.p}\frac{1}{x}}$ distribuce?, (slabá) konvergence distribucí, nosič distribuce
- temperované distribuce, konvergence v $\mathcal{S}$, (slabá) konvergence temperovaných distribucí
- distributivní počet (definice a důkaz vztahů pro regulární distribuce): zejména derivace, násobení skalárem, Fourierova transformace, tensorový součin, konvoluce skaláru a distribuce
- fundamentální řešení lineárního diferenciálního operátoru s konstatními koeficienty a Laplaceova operátoru v $\mathbb{R}^d$, $d = 1, 2, 3$.
- regularizace (zhlazování) funkcí, definice, vlastnosti pro L^p-funkce
- Konvergence Fourierových řad v $\mathcal{S}'$, Poissonův sčítací vzorec, Gibbsův jev pro klasické Fourierovy řady.