ZS: 2018/2019	NMAF063	F/3	Josef MÁLEK

Matematika pro fyziky III

OBECNÉ INFORMACE A SYLABUS

Přednášející:	Josef Málek	
Cvičící:	Tomáš Los, Michal Pavelka,	Michal Pavelka, Vít Průša
Termíny přednášek:	čtvrtek **15:40**–17:10	pátek **13:10**–14:40
Posluchárna:	T1	T1
Konzultační hodiny:	čtvrtek 17:10-17:40 T1	
	pátek 14:40-15:10 T1	nebo po dohodě
Pracovna:	Karlín, Sokolovská 83, P-8,	3. patro, hlavní chodba
Telefon:	(95155)3220	
E-mail:	malek@karlin.mff.cuni.cz	
URL:	www.karlin.mff.cuni.cz/∼malek	

UPOZORNĚNÍ

Během semestru se budou psát dvě zápočtové písemky.

TERMÍNY ZKOUŠEK

Termíny, časy a místnosti budou upřesněny do konce listopadu.

ZÁKLADNÍ TEXTY

M. Pokorný: *Videozáznamy přednášek MFF*
`http://www.mff.cuni.cz/prednasky/NMAF063`
odkaz ze SISu popis předmětu (Literatura)

J. Kopáček: *Matematická analýza pro fyziky IV*, Matfyzpress Praha, 2001, 2003.

P. Čihák a kolektiv: *Matematická analýza nejen pro fyziky (V)*, Matfyzpress Praha, 2016.

J. Kopáček: *Příklady z matematiky pro fyziky IV*, Matfyzpress Praha, 2003.

J. Kopáček a kolektiv: *Příklady z matematiky pro fyziky V*, Matfyzpress Praha, 2002.

R. Strichartz: *A guide to distribution theory and Fourier transforms*, World Scientific, 2003.

J. Schiff: *The Laplace transform, Theory and Applications*, Springer, 1999.

J. Málek: *Ručně přepsané přípravy k přednášce*
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/~malek`

ZKOUŠKA, ZÁPOČET

Udělení zápočtu je záležitostí cvičících. Cvičící udělují zápočet a body (nejvýše 40) na základě Vaší aktivity na cvičení (10 bodů) a výsledků 2 kontrolních testů (2 x 15 bodů). Zápočet je nutné mít zapsaný před zahájením zkoušky.

Zkouška se skládá ze dvou písemných částí a krátkého ústního rozboru. Početní písemná část obsahuje 3 příklady zaměřené na hlavní témata kursu: Fourierova transformace, Laplaceova transformace, teorie distribucí a základy teorie parciálních diferenciálních rovnic. Délka 120 minut, maximální počet bodů 30. Pokud získáte méně než 16 bodů z početní části, tak nezávisle na hodnocení teoretické části je Vaše hodnocení *neprospěl(a).* Teoretická písemná část zkoušky trvá 90 minut (následuje 60 minut po početní části). Maximální počet za teoretickou část zkoušky je 30 bodů, minimální počet je 12 bodů. Celkem za zkoušku je možné získat 60 bodů.

Hodnocení **A** zkoušky:

51 – 60 bodů	výborně
40,5 – 50,9 bodů	velmi dobře
29 – 40,4 bodů	dobře
méně než 29 bodů	neprospěla(a)

Hodnocení **B** zkoušky:

K bodům, které jste získali v den zkoušky, se připočtou body získané během semestru. Opět však platí pravidlo: méně než 16 bodů z početní části zkoušky či méně než 12 bodů z teortické části dává jediný možný výsledek: *neprospěl(a).* Maximální počet bodů v hodnocení B, který můžete získat, je tedy 100.

81 – 100 bodů	výborně
64 – 80,9 bodů	velmi dobře
51 – 63,9 bodů	dobře
méně než 51 bodů	neprospěla(a)

Výsledné hodnocení zkoušky: *lepší z hodnocení A a hodnocení B*

Sylabus přednášky NMAF063 (Matematika pro fyziky III)

1. **Fourierova transformace**

    - Konvoluce dvou integrovatelných funkcí a její vlastnosti.
    - Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jeho vlastnosti (vektorový prostor, uzavřenost na součin, násobení polynomem, derivování, posunutí a násobení $e^{ix\cdot s}$, $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d) \subset L^p(\mathbb{R})^d$ pro libovolné $p \in [1, \infty]$). Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jejich základní vlastnosti (tam a zpátky); Schwartzova věta o inverzi (zahrnuje platnost Fourierova inverzního vzorečku a Parsevalovu rovnost).
    - Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$ a základní vlastnosti Fourierovy transormace, které na $L^1(\mathbb{R}^d)$ platí.
    - Rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$. Základní vlastnosti Fourierovy transformace na $L^2(\mathbb{R}^d)$.

2. **Laplaceova transformace**

    - Definice Laplaceovy transformace pro funkce, vlastnosti Laplaceovy transformace. Vztah mezi transformacemi Laplaceovou a Fourierovou. Věta o inverzi, použití residuové věty. Použití Laplaceovy transformace na řešení ODR s počátečními podmínkami.

3. **Teorie distribucí**

    - Prostor testovacích funkcí, distribuce, regulární distribuce, konvergence distribucí. Distributivní počet (posunutí, škálování, derivování, násobení hladkým skalárem), záměnnost pořadí derivování, derivování funkce se skoky, konsistence derivací. Nosič distribuce. Kartézský součin distribucí.
    - Temperované distribuce, Fourierova transformace temperovaných distribucí, platnost inverzního Fourierova vzorečku na temperovaných distribucích. Fourierova transformace Diracovy distribuce, komplexní exponenciály, sinu a kosinu. Konvoluce distribucí - tři způsoby zavedení konvoluce pro objekty, z nichž alespoň jeden je distribuce. *Fourierova transformace sudé distribuce. Vztah*

derivace a Fourierovy transformace distribucí, Fourierova transformace distribuce s kompaktním nosičem. Plošná distribuce, výpočet Fourierovy transformace sféricky symetrických funkcí.

- *Laplaceova transformace distribucí, vztah Laplaceovy transfornce a derivování. Věta o inverzi pro Laplaceovu transformaci, inverzní formule pro holomorfní funkce s maximálně polynomiálním růstem. Aplikace: řešení elektrických obvodů pomocí Laplaceovy transformace. Konvergence distribucí, řady distribucí, vzorkovací distribuce. Distribuce s parametrem, tenzorový součin distribucí a jeho Fourierova transformace, distributivní Fubiniho věta, konvoluce funkcí a distribucí, derivování jako konvoluce. Vztah konvoluce a Fourierovy (Laplaceovy) transformace. Fourierovy řady a periodické distribuce.*
- L^p prostory, základní vlastnosti (včetně regularizace).

4. **Úvod do teorie parciálních diferenciálních rovnic**

- Lineární parciální diferenciální operátory $k$tého řádu, příklady. Úlohy pro PDR: Cauchyho, počáteční a okrajová, okrajová (Dirichletova, Neumannova, smíšená). Fundamentální řešení a jeho význam. Fundamentální řešení pro základní typy rovnic (vlnová, tepelná a Poissonova rovnice).
- Trasportní rovnice s konstantními koeficienty.
- Vlnová rovnice, Cauchyova úloha s dvojicí počátečních podmínek. Nalezení elementární vlnové funkce v jedné prostorové dimenzi, d'Alembertův vzoreček. Vlnový kužel a konečná rychlost šíření informací. Energetická nerovnost. Jednoznačnost počáteční a okrajové úlohy. Odvození Kirchhoffova a Poissonova vzorce pro řešení Cauchyho úlohy vlnové funkce v třech a dvou dimenzích.
- Laplaceova-Poissonova rovnice, řešení na celém prostoru. Vzorce s průměry (aneb věty o střední hodnotě) a jejich důsledky (zejména principy maxima, Liouvilleova věta, hladkost a Harnackova nerovnost). Věta o třech potenciálech. Greenova funkce. Nalezení Greenovy funkce na polosprostoru a kouli. Řešení Dirichletovy úlohy pro Laplaceovu rovnici na poloprostoru. Jednoznačnost řešení okrajovéúlohy. Souvislost mezi teorií PDR a variačním počtem.

- Rovnice vedení tepla, Cauchyova úloha pro rovnici vedení tepla řešená Fourierovou transformací, nekonečná rychlost šíření tepla, principy maxima, jednoznačnost a zpětná jednoznačnost počáteční a okrajové úlohy.