

Matematika pro fyziky II**OBECNÉ INFORMACE A SYLABUS**

Přednášející:	Josef Málek
Cvičící:	Marie Běhounková, Vít Průša, Ondřej Souček, Ondřej Šrámek
Termíny přednášek:	pondělí 10:40 –12:10 čtvrtek 8:10 –9:40
Termín cvičení:	čtvrtek 16:30 –18:00
Konzultační hodiny:	středa 16:30 –18:00 nebo po domluvě e-mailem
Pracovna:	Karlín, Sokolovská 83, P-8, 3. patro, hlavní chodba
Telefon:	(95155)3220
E-mail:	malek@karlin.mff.cuni.cz
URL:	www.karlin.mff.cuni.cz/~malek

ZÁKLADNÍ TEXTY

M. Pokorný: *Videozáznamy přednášek MFF*

<https://is.mff.cuni.cz/prednasky/prednaska/NMAF062/1>

odkaz ze SISu popis předmětu (Literatura)

J. Kopáček: *Matematická analýza pro fyziky IV*, Matfyzpress Praha, 2001, 2003.

J. Kopáček: *Příklady z matematiky pro fyziky IV*, Matfyzpress Praha, 1996.

V. Souček: *Matematická analýza IV*.

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~soucek>

T. Apostol: *Mathematical analysis*, Adison-Wesley, 1974.

J. Málek: *Ručně psané přípravy k přednášce*

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~malek>

ZÁPOČET a ZKOUŠKA

Udělení **zápočtu** je záležitostí cvičících. Cvičící udělují zápočet a body (nejvýše 40) na základě vámi vypracovaných domácích úkolů. Zápočet Vám nebude udělen, máte-li méně než 15 bodů. Úkoly budou zadávány zpravidla ve čtvrtek a termín odevzdání bude o týden později také ve čtvrtek.

Zkouška se skládá ze dvou písemných částí a ústního rozboru. Početní písemná část trvá 120 minut a obsahuje čtyři až pět příkladů. Maximální ohodnocení je 36 bodů, pokud získáte méně jak 19 bodů z početní části, tak nezávisle na hodnocení teoretické části zkoušky je Vaše hodnocení *neprospěl(a)*. Teoretická písemná část trvá 75 minut, následuje po početní části a hodinové přestávce. Obsahuje tři nebo čtyři otázky či problémy teoretického charakteru. Maximální ohodnocení je 24 bodů, minimální počet pro pokračování ve zkoušce je 10 bodů. Během ústního rozboru se projdou písemné práce a student odpoví na jednu otázku ze seznamu nutných požadavků ke zkoušce, viz samostatný soubor. Případná neznalost znamená, že student(ka) u zkoušky *neprospěl(a)*. Celkem student(ka) může získat v den zkoušky nejvýše 60 bodů. Ústní pohovor se může konat až následující den, dle okolností a formy zkoušky, která může být distanční, jsou-li pro tuto formu vážné důvody.

Hodnocení **A** zkoušky:

49 - 60 bodů	<i>výborně</i>
39,5 - 48,9 bodů	<i>velmi dobře</i>
31 - 39,4 bodů	<i>dobře</i>
méně než 31 bodů	<i>neprospěl(a)</i>

Hodnocení **B** zkoušky:

K bodům, které jste získali v den zkoušky, se připočtou body získané během semestru. Opět však platí pravidlo: méně jak 19 bodů z početní části či méně jak 10 bodů z teoretické části či neznalost požadavků, dává jediný možný výsledek *neprospěl(a)*. Maximální počet bodů v hodnocení B, který jste mohli získat, je tedy 100.

83 - 100 bodů	<i>výborně</i>
67 - 82,9 bodů	<i>velmi dobře</i>
54 - 66,9 bodů	<i>dobře</i>
méně než 53,9 bodů	<i>neprospěl(a)</i>

Výsledné hodnocení zkoušky: *lepší z hodnocení A a hodnocení B*

Sylabus přednášky NOFY162 (Matematika pro fyziky II)

1. Úvod do matematické analýzy komplexních funkcí komplexní proměnné

- *Základní pojmy.* $\mathbb{C}$ vrs $\mathbb{R}^2$ a geometrická interpretace komplexních čísel. Gaussova rovina. Riemannova sféra.
- *Derivování komplexních funkcí komplexní proměnné.* Definice derivace. Diferencovatelnost v $\mathbb{C}$ vrs diferencovatelnost v $\mathbb{R}^2$. Cauchy-Riemannovy podmínky. Holomorfnost a další vlastnosti základních funkcí: exponenciála, hlavní větev logaritmu, mocnina, $\cos z$, $\sin z$. Derivování inverzní funkce. Operátory derivování. Komplexní funkce a rovinná pole.
- *Integrace komplexních funkcí komplexní proměnné.* Křivkový integrál. Cauchyho věta. Jiné charakterizace holomorfnosti. Cauchy-Goursatova věta. Cauchyho integrální formule pro kruh.
- *Mocninné, Taylorovy a Laurentovy řady a klasifikace singularit.* Definice. Integrální vyjádření koeficientů Taylorových i Laurentových řad. Hlavní a regulární část Laurentovy řady. Residuum. Typy singularit a jejich charakterizace. Meromorfní funkce.
- *Residuová věta.* Znění věty. Jak počítat residua. Jordanovo lemma a lemma o obcházení pólu násobnosti jedna. Aplikace. Mellinova transformace. Singularity a residuum v nekonečnu. Věta o součtu residuí.
- *Teoretické důsledky Cauchy-Goursatovy věty.* Liouvilleova věta. Základní věta algebry. Věta o jednoznačnosti holomorfní funkce. Věta o střední hodnotě. Princip maximu a minima. Morerova věta. Weierstrassova věta. Konstrukce analytických (holomorfních) prodloužení holomorfních funkcí. Gamma funkce - definice a základní vlastnosti.
- *Globální Cauchyho věta.* Index bodu vzhledem k křivce a jeho vlastnosti. Globální Cauchyho a residuová věta.

2. Fourierovy řady - doplnění

- *Klasické Fourierovy řady.* Fourierovy řady pro L^1 -funkce. Gibbsův jev, Fejérova věta.
- *Systémy ortogonálních polynomů.* Různé ortogonální systémy, aplikace: prostory s vahami, souvislost ortogonálních systémů s vlastními funkcemi diferenciálních operátorů. Ortogonální systémy polynomů: Legendreovy, Laguerrovy, Hermiteovy, Čebyševovy apod.

3. Fourierova transformace

- Konvoluce dvou integrovatelných funkcí a její vlastnosti.
- Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jeho vlastnosti (vektorový prostor, uzavřenost na součin, násobení polynomem, derivování, posunutí a násobení $e^{ix \cdot s}$, $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d) \subset L^p(\mathbb{R}^d)$ pro libovolné $p \in [1, \infty]$). Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jejich základní vlastnosti (tam a zpátky); Schwartzova věta o inverzi (zahrnuje platnost Fourierova inverzního vzorečku a Parsevalovu rovnost).
- Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$ a základní vlastnosti Fourierovy transformace, které na $L^1(\mathbb{R}^d)$ platí.
- Rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$. Základní vlastnosti Fourierovy transformace na $L^2(\mathbb{R}^d)$.

4. Teorie distribucí

- Prostor testovacích funkcí, distribuce, regulární distribuce, konvergence distribucí. Distributivní počet (posunutí, škálování, derivování, násobení hladkým skalárem), záměnnost pořadí derivování, derivování funkce se skoky, konsistence derivací. Nosič distribuce. Kartézský součin distribucí.
- Temperované distribuce, Fourierova transformace temperovaných distribucí, platnost inverzního Fourierova vzorečku na temperovaných distribucích. Fourierova transformace Diracovy distribuce, komplexní exponenciály, sinu a kosinu. Konvoluce distribucí - tři způsoby zavedení konvoluce pro objekty, z nichž alespoň jeden je distribuce. Fourierova transformace sudé distribuce. Vztah derivace a Fourierovy transformace distribucí, Fourierova transformace distribuce s kompaktním nosičem. Plošná distribuce, výpočet Fourierovy transformace sféricky symetrických funkcí.

- Pojem fundamentálního řešení ODR a PDR, Laplaceův operátor pro sféricky symetrické funkce, fundamentální řešení Laplaceovy rovnice.
- Konvergence distribucí, řady distribucí, vzorkovací distribuce. Distribuce s parametrem, tenzorový součin distribucí a jeho Fourierova transformace, distributivní Fubiniho věta, konvoluce funkcí a distribucí, derivování jako konvoluce. Vztah konvoluce a Fourierovy transformace. Fourierovy řady a periodické distribuce.