LS: 2020/2021 NOFY162 Josef MÁLEK

**Matematika pro fyziky II**

**OBECNÉ INFORMACE A SYLABUS**

| | |
|---|---|
| Přednášející: | Josef Málek |
| Cvičící: | Marie Běhounková, Vít Průša, Ondřej Souček, Ondřej Šrámek |
| Termíny přednášek: | pondělí **10:40**–12:10<br>čtvrtek **8:10**–9:40 |
| Termín cvičení: | čtvrtek **16:30**–18:00 |
| Konzultační hodiny: | středa **16:30**–18:00 nebo po domluvě e-mailem |
| Pracovna: | Karlín, Sokolovská 83, P-8, 3. patro, hlavní chodba |
| Telefon: | (95155)3220 |
| E-mail: | malek@karlin.mff.cuni.cz |
| URL: | www.karlin.mff.cuni.cz/∼malek |

## ZÁKLADNÍ TEXTY

M. Pokorný: *Videozáznamy přednáěk MFF*
`https://is.mff.cuni.cz/prednasky/prednaska/NMAF062/1`
odkaz ze SISu popis předmětu (Literatura)

J. Kopáček: *Matematická analýza pro fyziky IV a V*, Matfyzpress Praha, 2001, 2003.

J. Kopáček: *Příklady z matematiky pro fyziky IV a V*, Matfyzpress Praha, 1996.

V. Souček: *Matematická analýza IV.*
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/∼soucek`

T. Apostol: *Mathematical analysis*, Adison-Wesley, 1974.

J. Málek: *Ručně psané přípravy k přednášce*
`http://www.karlin.mff.cuni.cz/∼malek`

**ZÁPOČET a ZKOUŠKA**

Udělení **zápočtu** je záležitostí cvičících. Cvičící udělují zápočet a body (nejvýše 40) na základě vámi vypracovaných domácích úkolů. Zápočet Vám nebude udělen, máte-li méně než 15 bodů. Úkoly budou zadávány zpravidla ve čtvrtek a termín odevzdání bude o týden později také ve čtvrtek.

**Zkouška** se skládá ze dvou písemných částí a ústního rozboru. Početní písemná část trvá 120 minut a obsahuje čtyři příklady. Maximální ohodnocení je 36 bodů, pokud získáte méně jak 19 bodů z početní části, tak nezávisle na hodnocení teoretické části zkoušky je Vaše hodnocení *neprospěl(a)*. Teoretická písemná část trvá 75 minut, následuje po početní části a hodinové přestávce. Obsahuje tři nebo čtyři otázky či problémy teoretického charakteru. Maximální ohodnocení je 24 bodů, minimální počet pro pokračování ve zkoušce je 10 bodů. Během ústního rozboru se projdou písemné práce a student odpoví na jednu otázku ze seznamu nutných požadavků ke zkoušce, viz samostatný soubor. Případná neznalost znamená, že student(ka) u zkoušky *neprospěl(a)*. Celkem student(ka) může získat v den zkoušky nejvýše 60 bodů. Ústní pohovor se může konat až následující den, dle okolností a formy zkoušky, která může být distanční, jsou-li pro tuto formu vážné důvody.

Hodnocení **A** zkoušky:

| | |
|---|---|
| 49 - 60 bodů | *výborně* |
| 39,5 - 48,9 bodů | *velmi dobře* |
| 31 - 39,4 bodů | *dobře* |
| méně než 31 bodů | *neprospěl(a)* |

Hodnocení **B** zkoušky:

K bodům, které jste získali v den zkoušky, se připočtou body získané během semestru. Opět však platí pravidlo: méně jak 19 bodů z početní části či méně jak 10 bodů z teoretické části či neznalost požadavků, dává jediný možný výsledek *neprospěl(a)*. Maximální počet bodů v hodnocení B, který jste mohli získat, je tedy 100.

| | |
|---|---|
| 83 - 100 bodů | *výborně* |
| 67 - 82,9 bodů | *velmi dobře* |
| 54 - 66,9 bodů | *dobře* |
| méně než 53,9 bodů | *neprospěl(a)* |

Výsledné hodnocení zkoušky: *lepší z hodnocení A a hodnocení B*

**Sylabus přednášky NOFY162 (Matematika pro fyziky II)**

1. **Úvod do matematické analýzy komplexních funkcí komplexní proměnné**

   - *Základní pojmy.* $\mathbb{C}$ vrs $\mathbb{R}^2$ a geometrická interpretace komplexních čísel. Gaussova rovina. Riemannova sféra.
   - *Derivování komplexních funkcí komplexní proměnné.* Definice derivace. Diferencovatelnost v $\mathbb{C}$ vrs diferencovatelnost v $\mathbb{R}^2$. Cauchy-Riemannovy podmínky. Holomorfnost a další vlastnosti základních funkcí: exponenciála, hlavní větev logaritmu, mocnina, $\cos z$, $\sin z$. Derivování inverzní funkce. Operátory derivování. Komplexní funkce a rovinná pole.
   - *Integrace komplexních funkcí komplexní proměnné.* Křivkový integrál. Cauchyho věta. Jiné charakterizace holomorfnosti. Cauchy-Goursatova věta. Cauchyho integrální formule pro kruh.
   - *Mocninné, Taylorovy a Laurentovy řady a klasifikace singularit.* Definice. Integrální vyjádření koeficientů Taylorových i Laurentových řad. Hlavní a regulární část Laurentovy řady. Residuum. Typy singularit a jejich charakterizace. Meromorfní funkce.
   - *Residuová věta.* Znění věty. Jak počítat residua. Jordanovo lemma a lemma o obcházení pólu násobnosti jedna. Aplikace. Singularity a residuum v nekonečnu. Věta o součtu residuí.
   - *Teoretické důsledky Cauchy-Goursatovy věty.* Liouvilleova věta. Základní věta algebry. Věta o jednoznačnosti holomorfní funkce. Věta o střední hodnotě. Princip maximu a minima. Morerova věta. Konstrukce analytických (holomorfních) prodloužení holomorfních funkcí. Gamma funkce - definice a základní vlastnosti, holomorfní rozšíření.
   - Lineární lomené zobrazení, konformní zobrazení

2. **Fourierova transformace**

   - Konvoluce dvou integrovatelných funkcí a její vlastnosti.
   - Fourierova transformace na $L^1(\mathbb{R}^d)$ a základní vlastnosti Fourierovy transormace, které na $L^1(\mathbb{R}^d)$ platí. Platnost Fourierova inverzního vzorečku za předpokladu, že nejen $F$ and i její Fourierova transformace jsou z $L^1(\mathbb{R}^d)$.
   - Schwartzův prostor $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jeho vlastnosti (vektorový prostor, uzavřenost na součin, násobení polynomem, derivování, posunutí a násobení $e^{ix\cdot s}$, $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d) \subset L^p(\mathbb{R})^d$ pro libovolné $p \in [1, \infty]$). Fourierova transformace funkce $e^{-\frac{|x|^2}{\lambda}}$ pro $\lambda > 0$ (znalost výpočtu).
   - Fourierova a inverzní Fourierova transformace na $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ a jejich základní vlastnosti (tam a zpátky); Schwartzova věta o inverzi (zahrnuje platnost Fourierova inverzního vzorečku a Parsevalovu rovnost).
   - Rozšíření Fourierovy transformace z $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ na $L^2(\mathbb{R}^d)$. Základní vlastnosti Fourierovy transformace na $L^2(\mathbb{R}^d)$.

3. **Teorie distribucí**

   - Prostor testovacích funkcí, distribuce, regulární distribuce, konvergence distribucí. Distributivní počet (posunutí, škálování, derivování, násobení hladkým skalárem), záměnnost pořadí derivování, derivování funkce se skoky, konsistence derivací. Nosič distribuce. Distribuce s kompaktním nosičem.
   - Temperované distribuce, Fourierova transformace temperovaných distribucí, platnost inverzního Fourierova vzorečku na temperovaných distribucích. Fourierova transformace Diracovy distribuce, komplexní exponenciály, sinu a kosinu. Vztah derivace a Fourierovy transformace distribucí.
   - Součin distribucí. Tensorový součin distribucí. Konvoluce distribucí - tři způsoby zavedení konvoluce pro objekty, z nichž alespoň jeden je distribuce. Fourierova transformace konvoluce distrubicí, z nich jedna je Dirakova distribuce a konvoluce hladké funkce a distribuce.

- Pojem fundamentálního řešení ODR a PDR, a to pro lineární diferenciální operátor s konstantními koeficienty, rovnici vedení tepla a Laplaceův operátor.
- Regularizace funkcí a regularizace distribucí pomocí jedné z definic konvoluce zahrnující distribuce. Distribuce a Fourierovy řady. Poissonův sčítací vzorec (vzorkovací distribuce). Gibbsův jev u klasických Fourierových řad.