SYLABUS přednášky NOFY151

1. Limita, spojitost, derivace

- **Základní pojmy.** Matematika; základy logiky a teori množin; axiomatické zavedení reálných čísel: axiomy telesa (trocha algebry), axiomy uspořádání, axiom úplnosti (definice suprema, infima, základní vlastnosti); zavedení přirozených, celých, racionálních a komplexních čísel, a jejich geometrická interpretace, absolutní hodnota; funkce: definice, obor hodnot, základní vlastnosti (zobrazení prosté, na, vzájemně jednoznačné, sudé, liché, omezené shora, zdola, inverzní, složené), rozšíření reálných a komplexních čísel.

- **Limita a spojitost.** Definice limity obecná, definice vlastní limity ve vlastním bodě, Bolzano-Cauchyho podmínka, jednoznačnost, jednostranné limity, věty o limitě součtu, součinu, podílu, složeného zobrazení, různé typy singularit: skok, blow-up, oscilace. Definice spojitosti v bodě a na množině, věty o spojitosti součtu, součinu, podílu a složené funkce.

- **Derivace.** Definice, geometrická a fyzikální interpretace: rovnice tečny k křivce v daném bodě, definice okamžité rychlosti. Věty o derivování součtu, součinu, podílu, složené funkce a funkce inverzní. Derivace vyšších řádů, parciální derivace. Definice derivace ve směru.

- **Zavedení elementárních funkcí.** Zavedení exponenciály, sinu a cosinu. Derivace funkcí tg, cotg, sinh, cosh, arcsin, arccos, cotg, arccotg, ln, x^a, a^x, $\ln_a$,... Derivace funkcí komplexní proměnné.

2. Primitivní funkce

- Základní vlastnosti: definice, (ne)jednoznačnost, linearita, spojitost.
- Metoda integrace per-partes a věty o substituci.
- Racionální funkce.
- Speciální substituce.

3. Limity podruhé

- Limity nevlastní, limity v nevlastních bodech, limity posloupností odvození z obecné definice, speciální případy, charakterizace l'Hospitalova věta.
- Klasifikace nekonečně malých a nekonečně velkých veličin. Symboly o, O. Definice, ekvivalence, silná ekvivalence.
- Limity monotónních funkcí. Limitní přechod v nerovnostech, existence limity v krajních bodech monotónních funkcí.

- Limity posloupností. Heineho a Weierstrassova věta.

4. Hlubší vlastnosti spojitých a diferencovatelných funkcí

- Lokální a globální extrémy: Nutná podmínka existence lokálního extrému, definice globálního extrému a věta o jeho nabývání, mnoľina podezřelých bodů, Darbouxova věta o nabývání mezihodnot, věta o existenci spojité inverzní funkce. Definice stejnoměrné spojitosti, vztah spojitost vrs stejnoměrná spojitost (Cantorova věta).
- Věty o střední hodnotě: Rolleova, Lagrangeova a Cauchyho věta o střední hodnotě, vysvětlení podstatnosti předpokladů, geometrická interpretace. Důkaz l'Hospitalovy věty. Věta o jednostranných derivacích. Postačující podmínky pro existenci lokálních extrémů.
- Konkávita a konvexita: definice a ekvivalentní tvary. Jensenova nerovnost. Prostory spojitých a spojitě diferencovatelných funkcí.
- Taylorovy polynomy: definice. Peanova věta. Lagrangeův a Cauchyův tvar zbytku. Taylorovy polynomy základních funkcí a jejich použití při výpočtu limit.

5. Newtonův a Riemannův integrál.

- Newtonův integrál. Definice zobecněné primitivní funkce a definice Newtona integrálu. Newton-Leibnizova formule.
- Riemannův integrál. Dolní a horní Riemannovy součty, horní a dolní Riemannův integrál a jejich existence. Definice Riemannova integrálu. Charakterizace existence Riemannova integrálu. Věty o existenci.
- Vlastnosti Riemannova integrálu (RI). RI = příklad lineárního funkcionálu. RI nezáporných funkcí, uspořádání, vztah RI pro f a RI pro $|f|$. RI přes sjednocení disjunktních množin = součet RI přes jednotlivé množiny. **Základni věta integrálního a diferenciálního počtu**. Věta o existenci primitivní funkce. Prostor Riemannovsky a Newtonsky integrovatelných funkcí.
- Věty o střední hodnotě, per partes a substituci.