

Jméno: _____

Příklad	1	2	3	4	Celkem bodů
Bodů	3	9	12	12	36
Získáno					

[3] 1. Spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{\operatorname{arctg} x} \cos \left(\frac{2}{x} \right).$$

[9] 2. • Pro $a \in \mathbb{R}$, uveďte definici výroku

$$f(x) = o(|x - 1|^a) \quad \text{pro } x \rightarrow 1.$$

• Pro $\alpha \in \mathbb{R}$ určete

$$\lim_{x \rightarrow 1} x^\alpha \quad \text{a} \quad \lim_{x \rightarrow 1} x^{x^\alpha}.$$

• Pro $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ určete $a \in \mathbb{R}$ tak, že

$$x^\alpha - x^\beta = o(|x - 1|^a) \quad \text{pro } x \rightarrow 1.$$

• Pro $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ určete $a \in \mathbb{R}$ tak, že

$$x^{x^\alpha} - x^{x^\beta} = o(|x - 1|^a) \quad \text{pro } x \rightarrow 1.$$

[12] 3. Uvažujte funkci

$$f(x) = (1 + x)\sqrt{|4 - x^2|}.$$

- Určete definiční obor f a maximální otevřený interval J , na kterém je f spojitá.
- Na nalezeném intervalu J najděte primitivní funkci k f , tj. spočtěte $\int f(x)dx$.

K řešení je možné využít některý z vztahů: $\sin^2 z + \cos^2 z = 1$, $\cosh^2 z - \sinh^2 z = 1$.

- [12] 4. Vyšetřete průběh funkce (definiční obor D_f , intervaly spojitosti, limity v krajních bodech D_f , nulové body, body nespojitosti, diferencovatelnost, $D_{f'}$; intervaly monotónie, lokální a globální extrémy, obor hodnot H_f , limity derivací v krajních bodech $D_{f'}$ tj. směrnice tečen, asymptoty; intervaly konvexity, konkávitety funkce f , inflexní body; pečlivý náčrtek grafu)

$$f(x) = e^{-\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x^2-1}\right)}$$