

UKA - DOMACÍ ÚKOLY

1. Najděte všechna $z \in \mathbb{C}$, kde má
$$f(z) = |z|^2 - i \operatorname{Re}(z^2)$$

komplexní derivaci.

_____ x _____
Najděte a určete typ všech izolovaných
singulér (včetně ∞) u funkcí:

2.
$$f(z) = \frac{1}{2 - \sin z}$$

3.
$$f(z) = \cos\left(\frac{1}{z-2}\right)$$

- _____ x _____
4. Najděte Laurentovy řady $f(z) = \frac{z^4}{1+z^4}$
na $P(0,1)$ a $P(0,1+\infty)$.

5. Najděte rezidua

$$f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)^n}$$

v bodech $z = \pm i$ pro všechna $n \in \mathbb{N}$.

Spočítejte následující integrály.

6.
$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 t}{5 + 3 \cos t} dt$$

7.
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^3 \sin x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

8.
$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 + x^8}$$

9.
$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1}}{1+x} dx \quad \text{pro } p \in (0, 1)$$

10.
$$\int_{\varphi} \frac{z^2 \bar{z}}{(1 - \cos(z))^2} dz, \text{ kde}$$

$$\varphi(t) := (1 + \sin^2 t) e^{it}, \quad t \in [-\pi, \pi].$$