

8. (poslední) domácí úkol z PDR2, termín 23.5. do 12:21.

Nalezněte řešení rovnice

$$\begin{aligned}u_t - \Delta u &= 0 && \text{na } \Omega = (0, 1) \times (0, 1), \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} &= 0 && \text{na } \partial\Omega, \\ u(0, x, y) &= 2xy(1-x)(1-y) && \forall (x, y) \in \Omega.\end{aligned}$$

Použijte metodu Galerkinových aproximací s bazí $\{\Phi_{k,l}\}_{k,l=0}^\infty$:

$$\Phi_{k,l} = \cos(k\pi x) \cos(l\pi y)$$

(přenormovanou tak, aby byla ON v $L^2(\Omega)$ a OG ve $W^{1,2}(\Omega)$).

Nalezněte Galerkinovy aproximace a odůvodněte jejich konvergenci.