

6. domácí úkol z PDR2, termín 18.4. do 12:21.

Uvažujte rovnici (pro $u : \langle 0, 1 \rangle \rightarrow \mathbb{R}$):

$$\begin{aligned}(x^2 + 1)u'' - xu' &= f, & x \in (0, 1), \\ u'(0) = u'(1) &= 0, & \int_0^1 u \, dx = 0,\end{aligned}$$

kde $f \in L^1(0, 1)$. Napište slabou formulaci úlohy a ukažte, že existuje právě jedno slabé řešení.

Bonusový úkol:

Napište slabou formulaci rovnice:

$$\begin{aligned}-\Delta \Delta u &= f & \text{v } \Omega \subset \mathbf{R}^d, \\ \Delta u &= \Phi & \text{na } \partial\Omega, \\ -\nabla(\Delta u) \cdot \mathbf{n} &= \Psi & \text{na } \partial\Omega\end{aligned}$$

(kde $\mathbf{n}$ je vnější normála k hranici). Ukažte, že pokud řešení existuje, pak není dáno jednoznačně.