

Domácí úkol z PDR I.

24.10.2012, termín odevzdání: 7.11.2012, 9:00.

Důležité kroky výpočtu stručně odůvodněte. Můžete získat 0-3 body (body jsou za správnost—ne za každý příklad jeden bod, spočítat musíte všechny).

Nalezněte metodou charakteristik řešení následujících rovnic.

(1) Najděte $u = u(x, y)$,

$$\begin{aligned}u_x + u_y &= u^2, & \forall x \in \mathbb{R}, y > 0 \\ u(x, 0) &= \varphi(x) & \forall x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

(2) Najděte $u \equiv u(x, y)$,

$$\begin{aligned}xu_y - yu_x &= \ln(x^2 + y^2) u, & \forall x > 0, y > 0, \\ u &= x^{-\pi}, & \forall x > 0, y = 0\end{aligned}$$

(příklad je z loňské písemky).

(3) Najděte $z = z(x, y)$,

$$\begin{aligned}(bz - cy)z_x + (cx - az)z_y &= ay - bx, & \forall x, y \in \mathbb{R}, \\ z(0, y) &= -\frac{b}{c}y, & \forall y \in \mathbb{R},\end{aligned}$$

kde $a, b, c \in \mathbb{R}$ a $c \neq 0$. (Pozn.: nemusíte dlouze počítat řešení pro obecnou počáteční podmínku, ta předepsaná výpočet zjednoduší.)