

Písemka z PDR I.

19.12.2011

Příjmení a jméno:

Získané body:

1.	2.	3.	Σ

Důležité kroky výpočtu stručně odůvodněte. Můžete použít jakékoliv tištěné či psané materiály, nesmíte využít pomoc počítače či další osoby (kromě cvičícího). Písemka bude hodnocena počtem získaných bodů.

(1) [8b] Rovnici

$$au_{xx} + 2au_{xy} + au_{yy} + bu_x + cu_y + u = 0,$$

$$u \equiv u(x, y) : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$$

vhodnými substitucemi převedte do kanonického tvaru a určete její typ [6b] a "zjednodušte", tj. odstraňte první, resp. nulté derivace [2b].

(2) [10b] Najděte $u \equiv u(x, y) \in C^2(\{x > 0, y > 0\})$ řešení rovnice

$$xu_y - yu_x = \ln(x^2 + y^2)u, \quad \forall x > 0, y > 0,$$

$$u = x^{-\pi}, \quad \forall x > 0, y = 0.$$

(3) [12b] Najděte $u \equiv u(t, x)$, formální řešení ve tvaru Fourierovy řady (metodou separace proměnných) rovnice vedení tepla

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0, \quad \forall 0 < x < L, 0 < t$$

$$u(0, x) = 0, \quad \forall 0 < x < L,$$

$$u(t, 0) = 0, \quad \forall 0 < t,$$

$$u(t, L) = A \sin(\omega t), \quad \forall 0 < t.$$

Diskuzi formálního řešení nemusíte provádět.
