

3. Domácí úkol

Deadline: 14. 5. na příslušném cvičení

Pokud používáte nástroje AI, tak prosím uveďte:

- jak konkrétně jste je použili;
- a jak to pomohlo (nebo taky nepomohlo).

1. Ukažte, že následující intergál konverguje absolutně

$$\int_1^{\infty} \frac{\log x}{(x-1)^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt[4]{\operatorname{arccotg} x}} dx.$$

Drobná nápověda k příkladu se nachází na 3. stránce.

(3 body)

2. Určete D_f , spočtěte parciální derivace všude kde existují a napište rovnici tečné roviny v bodě $(1, 2)$.

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{x + y - 1}$$

3. Zjistěte, ve kterých bodech má funkce f totální diferenciál

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin x, & x = y^2 \\ 0, & x \neq y^2. \end{cases}$$

(3 body)

4. Na opačných koncích provazu zavěšeného na kladce jsou zavěšena dvě tělesa o hmotnostech M, m , platí $M > m$. Těžší těleso se pohybuje směrem dolů a lehčí těleso směrem nahoru (viz diagram).

Pro zrychlení a tohoto pohybu platí vztah

$$a = g \frac{M - m}{M + m},$$

kde g je gravitační zrychlení. Měřicí přístroje však nejsou úplně přesné. Při zvážení těles dostaneme

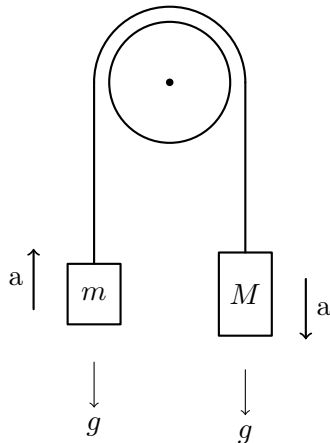
$$M = 0.100 \pm 0.001 \text{kg}$$

$$m = 0.050 \pm 0.001 \text{kg}$$

a při změření gravitačního zrychlení

$$g = 9.81 \pm 0.02 \text{m/s}^2.$$

Odhadněte jaké maximální chyby se dopustíme při výpočtu a .



Nápověda: Nahraďte funkci její lineární aproximací.
(Bonus za 1 bod ke zkoušce.)

Dporučení k 1: Zkuste využít známé limity pro \log a $\operatorname{arccotg}$.