

2. Domácí úkol

Deadline: 28. 4. na příslušném cvičení

Pokud používáte nástroje AI, tak prosím uveďte:

- jak konkrétně jste je použili;
- a jak to pomohlo (nebo taky nepomohlo).

1. Určete primitivní funkci k funkci f na největším možném intervalu:

$$f(x) = \frac{1}{x(x+2)\sqrt{1-x^2}}$$

(3 body)

2. Spočtěte Newtonův integrál:

$$\int_0^{2\pi} \frac{1 + \sin x}{2 + \sin x - \cos x} dx$$

(4 body)

3. Určete obsah pláště protáhlého sféroidu, jehož hlavní poloosa má délku 3 a vedlejší poloosa délku 2. Protáhlý sféroid vznikne rotací elipsy kolem její hlavní osy. Elipsa s poloosami o délkách 3 a 2 lze vyjádřit pomocí rovnice

$$\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1.$$

Doporučení: Zkuste použít substituci $x = \frac{\sin t}{k}$ pro vhodné $k > 0$.

(3 body)

4. Drony nacházejí využití ve stále více oblastech. Například společnost Amazon v některých zemích testuje doručování balíků drony. Předpokládejte, že dron má dostatek paliva na 100π kilometrů dráhy a spotřeba paliva je konstantní. Spočítejte, jak daleko může dron doletět, pokud je jeho trajektorie popsána grafem funkce $f(x) = \sqrt{x(D-x)}$, $x \in [0, D]$.

Doporučení: Zkuste použít substituci $x = D \sin^2 t$.

(Bonus za 1 bod ke zkoušce.)