

1. Domácí úkol

Deadline: 24. 3. na příslušném cvičení

Pokud používáte nástroje AI, tak prosím uveďte:

- jak konkrétně jste je použili;
- a jak to pomohlo (nebo taky nepomohlo).

1. Spočtete limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin(2x) - 2 \log(1 + \sin x) - 3x^2}{x \cos(\sin x) - \sin x}$$

Nápověda: Taylorův polynom.

(3 body)

2. Určete primitivní funkci k funkci f na největším možném intervalu:

$$f(x) = 2\sqrt[3]{x} \frac{\arctan(\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

(3 body)

3. Určete primitivní funkci k funkci f na největším možném intervalu:

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x + 36}{(x^2 - 6x + 9)(x^2 + 2x + 3)}$$

(4 body)

4. V Einsteinově speciální teorii relativity má těleso pohybující se rychlostí v hmotnost

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kde m_0 je klidová hmotnost tělesa a c je rychlost světla.

Kinetická energie tělesa je rozdíl mezi jeho celkovou energií a energií v klidu:

$$E_K = mc^2 - m_0c^2.$$

Ukažte, že když je v velmi malé ve srovnání s c , tento výraz pro E_K souhlasí s klasickou newtonovskou fyzikou:

$$E_K = \frac{1}{2}m_0v^2.$$

Návod: Rozviňte E_K do Taylorova polynomu (v bude proměnná).

(Bonus za 1 bod ke zkoušce.)