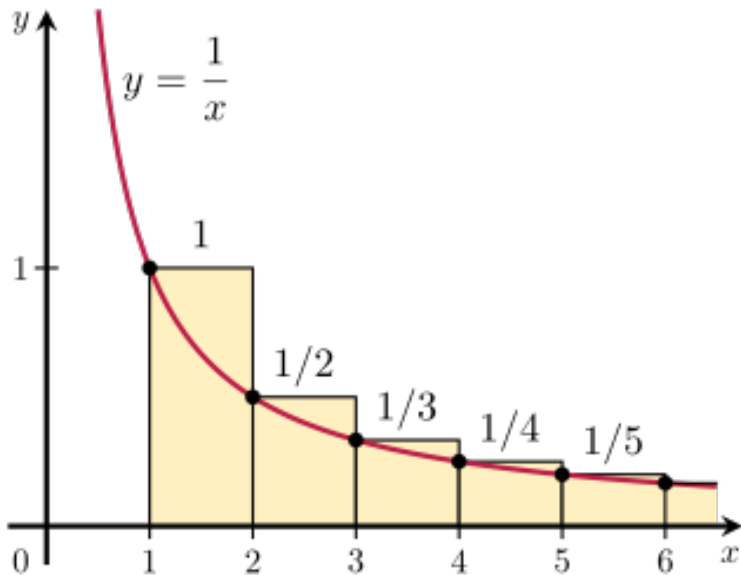


Kalkulus 1 – Aplikace a konvergence Newtonova integrálu

LS 2025/26

Integrální kritérium



https://en.wikipedia.org/wiki/Integral_test_for_convergence

Otázka

Na kterou z následujících řad lze přímo použít integrální kritérium?

A $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

B $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

C $\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n^2}$

D $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$

E $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{3+5n}}$

Otázka

Na kterou z následujících řad lze přímo použít integrální kritérium?

A $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$

B $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

C $\sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n^2}$

D $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n}{n}$

E $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{3+5n}}$

A, C, E

Otázka (2D)

Načrtněte následující body a pospojujte je.

$(4, 0), (0, 3), (-4, 0), (-6, 2), (-5, 0), (-6, -2), (-4, 0), (0, -2), (4, 0),$

A přidejte 1 bod:

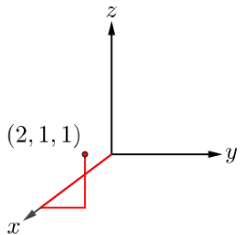
$(2, 1).$

<https://www.geogebra.org/calculator/bbsahf43>

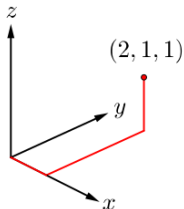
Otázka

Na kterém obrázku je znázorněn bod $(2, 1, 1)$?

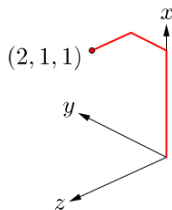
A.



B.



C.

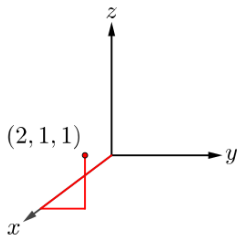


<https://www.cpp.edu/conceptests/question-library/mat214.shtml>

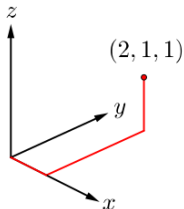
Otázka

Na kterém obrázku je znázorněn bod $(2, 1, 1)$?

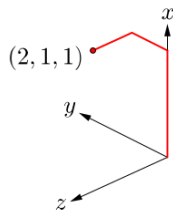
A.



B.



C.

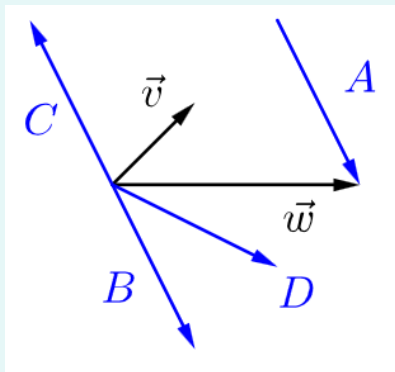


<https://www.cpp.edu/conceptests/question-library/mat214.shtml>

A, C

Otázka

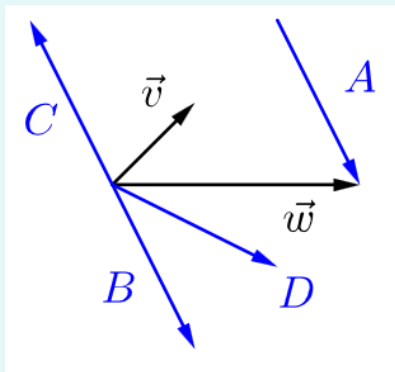
Který z vektorů na obrázku odpovídá vektoru $\vec{w} - 2\vec{v}$?



<https://www.cpp.edu/concepttests/question-library/docs/mat214/mat214concepttests-13.pdf>

Otázka

Který z vektorů na obrázku odpovídá vektoru $\vec{w} - 2\vec{v}$?



<https://www.cpp.edu/concepttests/question-library/docs/mat214/mat214concepttests-13.pdf>

A, B

Otázka

Pro která $a \in \mathbb{R}$ má vektor $(a, 2a)$ normu 5?

A $a = 1$

B $a = 5$

C $a = \sqrt{5}$

D $a = -\sqrt{5}$

E nemá řešení

Otázka

Pro která $a \in \mathbb{R}$ má vektor $(a, 2a)$ normu 5?

A $a = 1$

B $a = 5$

C $a = \sqrt{5}$

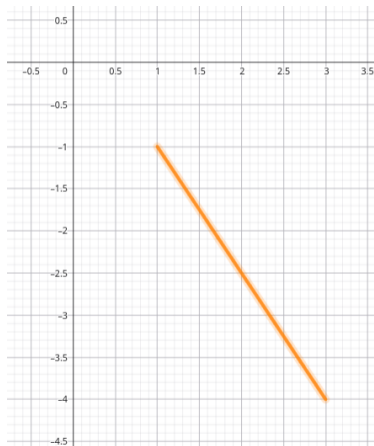
D $a = -\sqrt{5}$

E nemá řešení

C, D

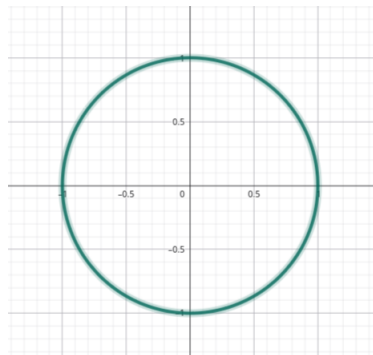
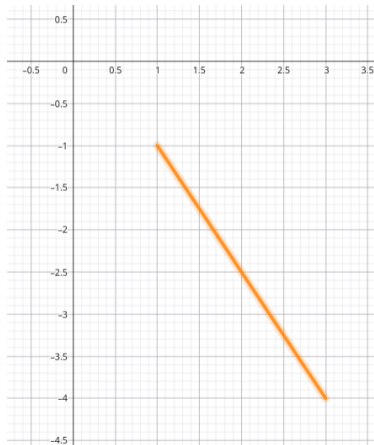
<https://www.geogebra.org/m/QWlR54sf>

$$\gamma(t) = (1 + 2t, -1 - 3t), t \in [0, 2\pi]$$

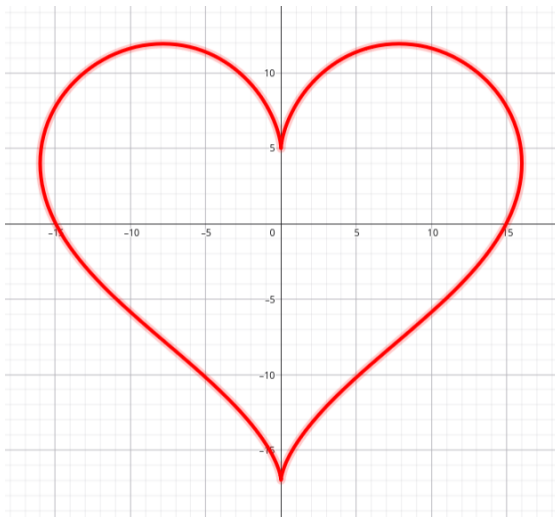


<https://www.geogebra.org/m/QWlR54sf>

$$\gamma(t) = (1 + 2t, -1 - 3t), t \in [0, 2\pi] \quad \gamma(t) = (\cos t, \sin t), t \in [0, 2\pi]$$



$$\gamma(t) = (16 \sin^3(t), 13 \cos(t) - 5 \cos(2t) - 2 \cos(3t) - \cos(4t)), t \in [0, 2\pi]$$



Otázka

Určete, o jakou se jedná křivku:

A $\varphi(t) = (2 + 4 \cos t, 3 + 4 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$

B $\varphi(t) = (t, t^2), \quad t \in [-1, 1]$

C $\varphi(t) = (3 \sin t, 3 \cos t), \quad t \in [0, \pi]$

D $\varphi(t) = (5 \cos t, 2 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$

E $\varphi(t) = (1 - 2t, 1 + 2t), \quad t \in [0, 1]$

- 1 úsečka
- 2 kružnice
- 3 polokružnice
- 4 parabola
- 5 elipsa

Otázka

Určete, o jakou se jedná křivku:

A $\varphi(t) = (2 + 4 \cos t, 3 + 4 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$

B $\varphi(t) = (t, t^2), \quad t \in [-1, 1]$

C $\varphi(t) = (3 \sin t, 3 \cos t), \quad t \in [0, \pi]$

D $\varphi(t) = (5 \cos t, 2 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$

E $\varphi(t) = (1 - 2t, 1 + 2t), \quad t \in [0, 1]$

1 úsečka

2 kružnice

3 polokružnice

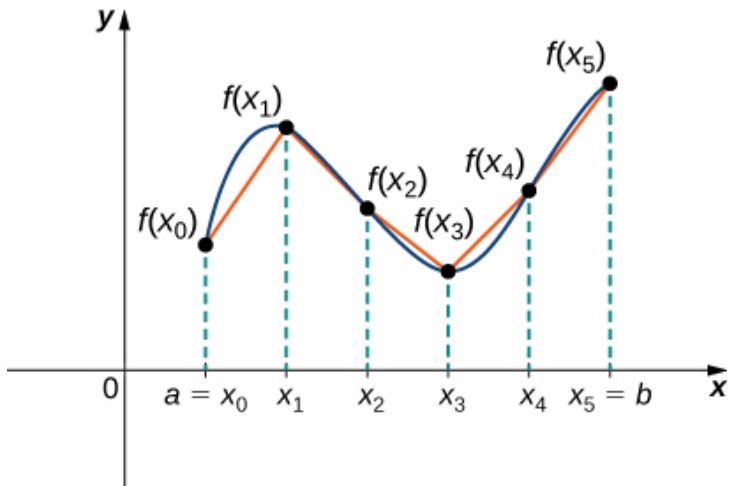
4 parabola

5 elipsa

A kružnice, B parabola, C polokružnice, D elipsa, E úsečka

https://cs.wikipedia.org/wiki/Peanova_k%C5%99ivka

Délka křivky



[https://courses.lumenlearning.com/calculus1/
chapter/arc-lengths-of-curves/](https://courses.lumenlearning.com/calculus1/chapter/arc-lengths-of-curves/)

Příklad

Určeme povrch koule o poloměru 3. Budeme rotovat kružnici

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}, \quad x \in [-3, 3]$$

kolem osy x .

$$S = 2\pi \int_{-3}^3 f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

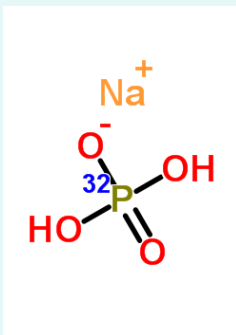
$$f' = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^2}} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1 + (f')^2} = \frac{3}{\sqrt{9 - x^2}}$$

$$S = 2\pi \int_{-3}^3 \sqrt{9 - x^2} \cdot \frac{3}{\sqrt{9 - x^2}} dx = 2\pi \int_{-3}^3 3 dx$$

$$S = 36\pi (= 4\pi r^2)$$

Příklad

Poločas rozpadu fosforu ^{32}P , který se používá při biologických experimentech, je 14,3 dne. Čerstvý vzorek vyzařuje 300 mREM/den. (1 REM=0,01 Sv) Jak dlouho smí laborant*ka pracovat s tímto vzorkem, jestliže dle regulí smí být ozářen*a jen 5000 mREM/rok?



Zdroj 1: <https://www.guidechem.com/cas/680178408.html>

https://jmahaffy.sdsu.edu/courses/f14/math124/beamer_lectures/def_int.pdf

Radioaktivní rozpad – zadání

Izotop ^{32}P má poločas rozpadu 14,3 dne. Počáteční intenzita záření:

$$R(0) = 300 \text{ mREM/den}$$

Diferenciální rovnice pro rozpad:

$$R'(t) = -kR(t)$$

Řešení diferenciální rovnice:

$$R(t) = 300e^{-kt}$$

Z poločasu:

$$150 = 300e^{-14.3k}$$

$$k = \frac{\ln 2}{14.3} \approx 0.0485$$

Tedy

$$R(t) = 300e^{-0.0485t}$$

Celková absorbovaná dávka

Celková dávka za dobu t :

$$D(t) = \int_0^T R(t) dt = 300 \int_0^T e^{-0.0485t} dt$$

Hledáme čas T splňující

$$300 \int_0^T e^{-0.0485t} dt = 5000$$

Tedy

$$300 \left[\frac{e^{-0.0485t}}{-0.0485} \right]_0^T = 5000$$

$$e^{-0.0485T} = 0.1917$$

$$T = \frac{-\ln(0.1917)}{0.0485}$$

$$T \approx 34 \text{ dní}$$

- **dráha z rychlosti** $s = \int_a^b v(t) dt$
- **práce proměnlivé síly** $W = \int_a^b F(x) dx$
- **hmotnost tyče** $m = \int_a^b \rho(x) dx$
- **těžiště tyče** $x_T = \frac{\int_a^b x \rho(x) dx}{\int_a^b \rho(x) dx}$