

# Kalkulus 1 – Newtonův integrál

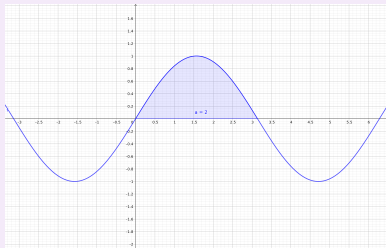
LS 2025/26

## Příklad

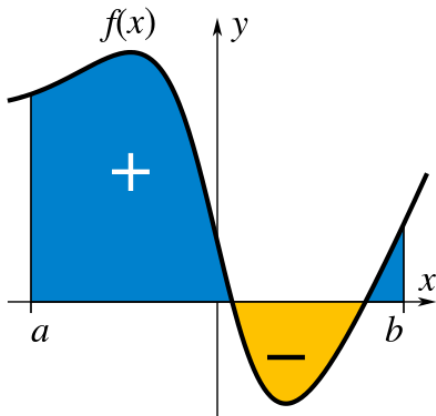
$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx =$$

## Příklad

$$\int_0^{\pi} \sin x \, dx = [-\cos x]_0^{\pi} = -\cos \pi - (-\cos 0) = 1 + 1 = 2$$



# Newtonův integrál - záporné funkce



Zdroj 1: <https://en.wikipedia.org/wiki/Integral>

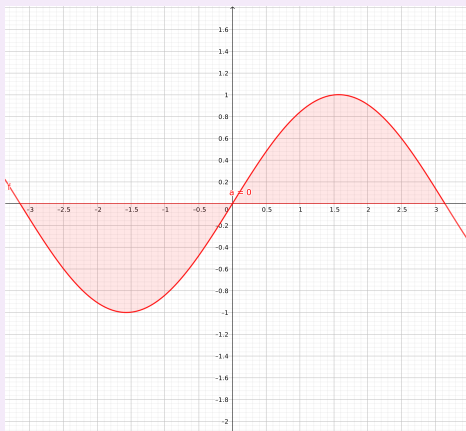
## Příklad

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx =$$

# Newtonův integrál - příklad

## Příklad

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx = [-\cos x]_{-\pi}^{\pi} = -\cos \pi - (-\cos(-\pi)) = 1 - 1 = 0$$



Příklad

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$$

## Příklad

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}]_0^1 = 2(1 - 0) = 2.$$

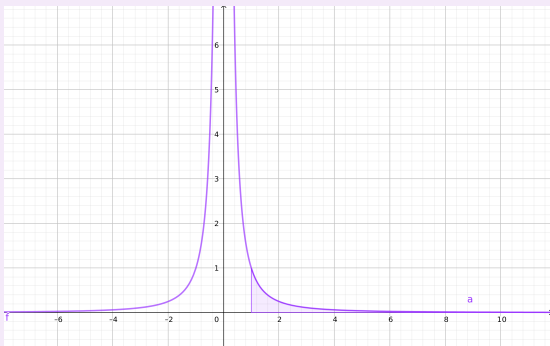


## Příklad

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx =$$

## Příklad

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx = \left[ -\frac{1}{x} \right]_1^{\infty} = \left( \lim_{x \rightarrow \infty} -\frac{1}{x} \right) - \left( \lim_{x \rightarrow 1^+} -\frac{1}{x} \right) = 0 + 1 = 1$$

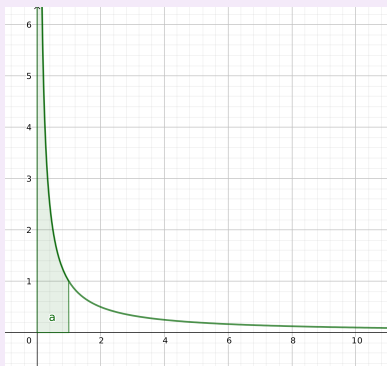


## Příklad

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx =$$

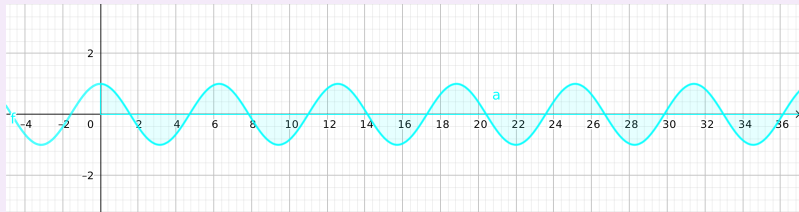
## Příklad

$$\int_0^1 \frac{1}{x} dx = [\ln x]_0^1 = \lim_{x \rightarrow 1^-} \ln x - \lim_{x \rightarrow 0^-} \ln x = \infty$$



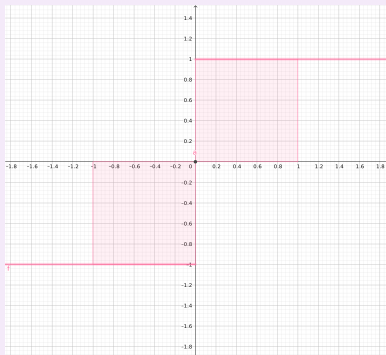
## Příklad

$$\int_0^{\infty} \cos x \, dx \quad \neq$$



## Příklad

$$\int_{-1}^1 \operatorname{sgn} x \, dx \quad \nexists$$

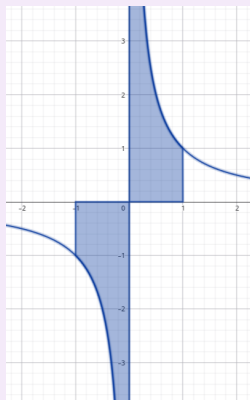


# Newtonův integrál - problematický příklad

## Příklad

Najděte **chybu**:

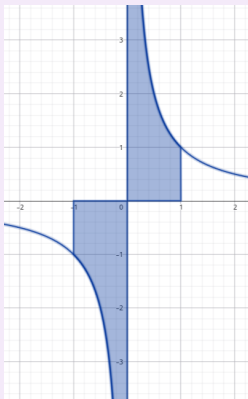
$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = [\log |x|]_{-1}^1 = \log 1 - \log |-1| = 0.$$



## Příklad

Najděte **chybu**:

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x} dx = [\log |x|]_{-1}^1 = \log 1 - \log |-1| = 0.$$



Funkce  $\frac{1}{x}$  nemá na  $(-1, 1)$  primitivní funkci.

## Příklad

$$\int_0^1 x^\alpha dx, \quad \int_1^\infty x^\alpha dx.$$

https:

[//www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/jgcudppg](https://www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/jgcudppg)

https:

[//www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/jrnxm52m](https://www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/jrnxm52m)

https:

[//www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/rxz4gqsd](https://www.geogebra.org/m/fw ydkqse#material/rxz4gqsd)

## Otázka

Rozhodněte, zda jsou následující integrály

A  $\int_{-\pi}^0 \sin x \, dx$

B  $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$

C  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx$

D  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx$

E  $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin x \, dx$

1. kladné

2. 0

3. záporné

## Otázka

Rozhodněte, zda jsou následující integrály

A  $\int_{-\pi}^0 \sin x \, dx$

B  $\int_0^{\pi} \cos x \, dx$

C  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin x \, dx$

D  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx$

E  $\int_0^{2\pi} e^{-x} \sin x \, dx$

1. kladné

2. 0

3. záporné

<https://www.geogebra.org/calculator/ups4z7sh>

kladné: D, E

0: B, C

záporné: A

## Otázka (PRAVDA – NEPRAVDA )

Nechť  $(-a, a) \subseteq \mathbb{R}$ .

A Nechť  $f$  je lichá funkce. Pak  $\int_{-a}^a f = 0$

B Nechť  $f$  je sudá funkce. Pak  $\int_{-a}^a f = 2 \int_0^a f$

## Otázka (PRAVDA – NEPRAVDA )

Nechť  $(-a, a) \subseteq \mathbb{R}$ .

A Nechť  $f$  je lichá funkce. Pak  $\int_{-a}^a f = 0$

B Nechť  $f$  je sudá funkce. Pak  $\int_{-a}^a f = 2 \int_0^a f$

A i B Nepravda, protože  $\int_{-a}^a$  nemusí existovat. Např.  $x$  na  $\mathbb{R}$  nebo  $\frac{1}{x^2}$  na  $(-2, 2)$ .

## Příklad

$$\int_0^{2\pi} \sin\left(\frac{x}{2}\right) dx$$

<https://www.geogebra.org/calculator/cjuvxazd>

# Vztah Newtonova a Riemannova integrálu

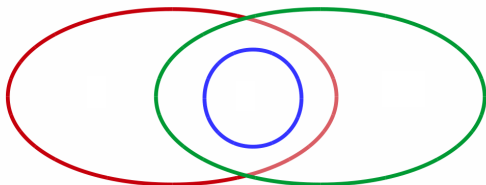
Doplňte do Vennova diagramu popisky:

$C$  - funkce spojité na  $[a, b]$

$R$  - funkce Riemannovsky integrovatelné na  $[a, b]$

$N$  - funkce Newtonovsky integrovatelné na  $(a, b)$

Najdete protipříklad, proč množiny nesplývají?



# Vztah Newtonova a Riemannova integrálu

