



19. cvičení – Funkce více proměnných

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, kuncova@karlin.mff.cuni.cz

Příklady

Definiční obor

1. Určete a zakreslete definiční obor dané funkce

(a) $f(x, y) = \sqrt{x^3 y^3}$

(b) $f(x, y) = \arcsin(x + y)$

(c) $f(x, y) = \sqrt{9 - (x^2 + y^2)} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$

(d) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2 - 1) + \ln(16 - x^2 - 16y^2)$

(e) $f(x, y) = \arcsin(xy)$

(f) $f(x, y) = \frac{\ln(x + 1)}{\sqrt{4 - (x^2 + y^2)}}$

(g) $f(x, y) = \sqrt{y \sin x}$

2. Určete a zakreslete vrstevnice následujících funkcí

(a) $f(x, y) = x + y - 4$

(d) $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4x - 2y + 6$

(b) $f(x, y) = x^2 + y^2$

(e) $f(x, y) = xy$

(c) $f(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$

(f) $f(x, y) = |x| + 2|y|$

Definiční obor - zkouškové příklady

Zdroj některých příkladů: <https://www.karlin.mff.cuni.cz/~zeleny/vyuka.php>

3. Určete definiční obor a načrtněte jej

(a) $f(x, y) = \arcsin(x + y) + \arctan(x + y) + xy$

(b) $f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{|x| - |y|}\right)$

(c) $f(x, y) = \sqrt{xy - y^3 + 2y^2}$

(d) $f(x, y) = \arcsin\sqrt{x(x + y)}$

(e) $f(x, y) = \sqrt{y + \sin x}$

(f) $f(x, y) = \sqrt[3]{\ln \frac{x}{y}}$

(g) $f(x, y) = x^{(y^x)}$

Parciální derivace

4. Najděte parciální derivace 1. řádu podle všech proměnných, určete D_f a $D_{f'}$.

(a) $f(x, y) = 35x - 4y^2 + 6xy$

(b) $f(x, y) = \frac{\sin y^2}{x}$

(c) $f(x, y) = xy \tan\left(\frac{x}{y}\right)$

(d) $f(x, y) = x^y$

(e) $f(x, y) = xe^{xy}$

(f) $f(x, y) = \arcsin \frac{y}{x}$

(g) $f(x, y) = (x + y)^x$

(h) $f(x, y) = 3\sqrt[5]{xy^2}$

(i) $f(x, y) = \frac{1}{2} \ln \frac{x + y}{x - y}$

(j) $f(x, y) = \operatorname{arccot} \frac{x + y}{x - y}$