



### 13. cvičení – zkouškové příklady

<https://www2.karlin.mff.cuni.cz/~kuncova/vyuka.php>, [kuncova@karlin.mff.cuni.cz](mailto:kuncova@karlin.mff.cuni.cz)

#### Příklady

1. Vyjádřete jako součet řady

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{1 - e^{-x}} dx$$

2. Spočtěte

$$F(a) = \int_0^\infty \frac{\ln(1 + ax^2)}{x^2(1 + x^2)} dx.$$

3. Určete trojrozměrnou Lebesgueovu míru množiny  $M$ , kde

$$M = \left\{ [x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 > 1, \sqrt{x^2 + y^2} < 1 - \frac{|z|}{2} \right\}.$$

4. Spočtěte limitu

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^\infty \left(1 + \frac{x}{n}\right)^{-n} \sin \frac{x}{n} dx.$$

5. Spočtěte

$$F(a) = \int_0^\infty \frac{1 - e^{-a^2 x^2}}{x^2} dx.$$

6. Spočtěte objem množiny

$$M = \{[x, y, z] : (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2} < x^2 + y^2 - z^2\}.$$

7. Vyjádřete jako součet řady funkce  $G(a)$  i  $G'(a)$ , kde

$$G(a) = \int_0^1 x^a \arctan x dx.$$

8. Spočtěte

$$F(a) = \int_0^\infty \frac{\log(1 + ax^2)}{1 + x^2} dx$$

