

Průběh funkce – příklady z písemných prací

Vyšetřete průběh funkce.

1. $f(x) = e^{\sin x} \cos x$

2. $f(x) = (x^2 - x + 1)e^{-|x|}$

3. $f(x) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{1}{\sin^2 x}\right) & x \in \mathbb{R} \setminus \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \\ 0 & x \in \{k\pi; k \in \mathbb{Z}\} \end{cases}$

4. $f(x) = \sqrt[3]{x^2}e^{-x}$

5. $f(x) = 2x - \operatorname{tg} x$

6. $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$

7. $f(x) = 3|\cos x| + 2\cos^3 x$

8. $f(x) = (x-1)e^{-|x-1|}$

9. $f(x) = \arcsin \left| \frac{1-x}{1-2x} \right|$

10. $f(x) = (x+2)e^{1/x}$

11. $f(x) = 2 \operatorname{arctg} x + \arcsin \left(\frac{2x}{1+x^2} \right)$

12. $f(x) = |x| + \operatorname{arctg} |x-1|$

13. $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{|x^4-1|}}$

14. $f(x) = |(1-x^2)e^{-x}|$

15. $f(x) = (x^2 - 3x + 2) \exp(|x+3| - 3)$

16. $f(x) = \cos(x) \sin(2x)$

17. $f(x) = \sin x - |\cos x|$

18. $f(x) = (x - 2 \operatorname{arctg}(x-5)) \cdot \operatorname{sgn} x$

19. $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{x}{x+1} \right)$

20. Pro funkci $f(x) = \log \left(e^{x+1} + \frac{1}{x^2} \right)$ určete asymptoty v $\pm\infty$ a obor hodnot.

21. Najděte obor hodnot funkce $f(x) = e^x - 6\alpha x$ v závislosti na parametru $\alpha \in \mathbb{R}$.

22. Rozhodněte, pro která $\alpha \in \mathbb{R}$ je funkce $f(x) = e^x - \alpha x^3$ konvexní na \mathbb{R} .

23. Pro funkci $f(x) = \operatorname{arctg} \sqrt{\left| \frac{1-x}{1+x} \right|}$ určete definiční obor, první derivaci, intervaly monotonie a obor hodnot.

24. Pro funkce $f(x) = e^{\arcsin x}$ určete definiční obor, intervaly konvexity a konkávnosti, inflexní body a spočítejte tečny v inflexních bodech.

25. $f(x) = \arcsin \left(\sqrt{1 - \sin^4 x} \right)$

26. $f(x) = (x+3)e^{1/x}$ (obdobný příklad jako 10)

27. Nechť funkce f je klesající na $(0, 1)$ a $(1, 2)$. Musí být klesající na $(0, 1) \cup (1, 2)$? Pokud ne, uveďte příklad.

28. $f(x) = e^{-2x} \sqrt[3]{x^2}$

29. Napište příklad funkce f definované na intervalu $[0, 1]$ takové, že množina $f([0, 1])$ není interval ani jednobodová množina.

30. Nechť funkce f má v bodě 1 lokální extrém a existuje $f'_+(1)$. Musí být $f'_+(1) = 0$? Pokud ne, uveďte příklad. Pokud ano, svou odpověď pečlivě zdůvodněte.

31. $f(x) = \frac{x}{2^{|x-1|}}$

2
32. Napište příklad funkce definované na $[0, 1]$, která na tomto intervalu nenabývá minima ani maxima.

33. $f(x) = \sin(x) \sin(2x)$

34. Necht' funkce f je konvexní na intervalu $(0, 1]$ a také na intervalu $[1, 2)$. Musí být konvexní na intervalu $(0, 2)$?

35. $f(x) = (x - 1)e^{-|x-1|}$

36. $f(x) = |x| + \operatorname{arctg}(|x - \sqrt{3}|)$

37. $f(x) = \sin x + |\cos x|$

38. $f(x) = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{x^2}$

39. $f(x) = |1+x|^3 e^{-x}$

40. $f(x) = e^{-|\frac{1+x}{x}|}$ (spočtete limity první derivace v krajních bodech definičního oboru)

41. $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$

42. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x-1}{2x-1}\right)$

43. $f(x) = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}$

44. $f(x) = (x^2 + |x|)e^x$

45. $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x + 2}$

46. $f(x) = \frac{\cos x}{\cos 2x}$ (bez konvexity)

47. $f(x) = (\cos x)e^{\frac{2}{3}\sin x}$ (bez konvexity)

48. $f(x) = \frac{\cos x}{\cos 3x}$ (bez konvexity)

49. $f(x) = (\log|x|)^3 - 3\log|x|$

50. $f(x) = \operatorname{arctg}(\sin x)$

51. $f(x) = (x^2 + 2x + 1)e^x$

52. $f(x) = \operatorname{arctg} x - x$

53. $f(x) = \arcsin\left(\sin\left(\frac{3\pi x}{4x^2 + 2}\right)\right)$

54. $f(x) = (x-1)\exp\left(\frac{x}{1+x}\right)$

55. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x-3}\right) + |x|$

56. $f(x) = xe^{-\frac{3}{2}x^2}$

57. $f(x) = 2\cos^2 x + \sin^2(2x)$

58. $f(x) = \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{5}}{4\cos^2 x}$

59. $f(x) = \arccos|\operatorname{tg} x|$

60. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{\sqrt{5}} + \frac{1}{x\sqrt{5}}\right)$

61. $f(x) = \begin{cases} (x+1)\log(x^2 + 2x + 1) & x \neq -1 \\ 0 & x = -1 \end{cases}$

62. $f(x) = 3\operatorname{arctg} x + 2\log(x^2 + 1)$

63. $f(x) = \log|e^{2x} - 3e^x + 2|$

64. $f(x) = \arcsin\frac{4x}{x^2 + 4}$

65. $f(x) = \arcsin|\operatorname{cotg} x|$

66. $f(x) = (x + 3)^2 \sqrt{|x^2 - 9|}$
67. $f(x) = 8 \sin x + \operatorname{tg} x$
68. $f(x) = x^{\log x}$
69. $f(x) = \log \left(x + \frac{1}{x} \right)$
70. $f(x) = \sin x + \frac{1}{6 \sin x}$
71. $f(x) = -\frac{1}{2} \sin^2 x + \sin x$
72. $f(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-|x|}$
73. $f(x) = |\sin(2x)| - 2 \sin x$
74. $f(x) = \frac{e^{|x|}}{|e^x - 3|}$
75. $f(x) = 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + 5 \log(x^2 + 1)$
76. $f(x) = \log |e^{2x} + e^x - 2|$
77. $f(x) = \frac{4^x - \frac{5}{2}}{(2^x - 2)^2}$
78. $f(x) = \sqrt[5]{3x^5 + 5x^3}$
79. $f(x) = \sqrt[5]{1 - \sqrt{x+1}}$
80. $f(x) = \frac{1}{2x} + \operatorname{arctg} x$
81. $f(x) = \frac{1}{2}x + \log(x^2 + 1)$
82. $f(x) = \exp \left(\frac{3}{4 \log x} \right)$
83. $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{4}{x} + \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x$
84. $f(x) = \begin{cases} x \exp(-|\frac{x+1}{x}|) & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
85. $f(x) = \cos 2x + |\cos x| \cdot \cos x$
86. $f(x) = \begin{cases} x \log(x^2) - x(\log|x|)^2 + x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$
87. $f(x) = |x^2 - 1|e^{-x^2/2}$
88. $f(x) = \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x^3}}$
89. $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{e^{\frac{x}{3}} - 1}$
90. $f(x) = \log(e^{2x} - 2e^x + 2)$
91. $f(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{1+x} \right) - \log(x^2 + 2x + 2)$
92. $f(x) = \log \left(4x^2 + \frac{1}{x} \right)$
93. $f(x) = (x + \log 2) \cdot 2^{-\frac{5}{x}}$
94. $f(x) = \sqrt[3]{4 - 3\sqrt[3]{x-1}}$
95. $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{x^2 - 6}$
96. $f(x) = \left(3^{x+2|x|} - 9 \right)^2$

$$97. f(x) = \arcsin \frac{x}{2} + |x - 1|$$

$$98. f(x) = |x - 2|e^{1/x}$$

$$99. f(x) = \operatorname{arctg} \left| \frac{x}{x+1} \right|$$

$$100. f(x) = 4^{x/(x+1)}$$