

Číselné řady

Číselné řady s obecnými členy

Použitím kritérií pro konvergenci řad rozhodněte o konvergenci (absolutní i neabsolutní, je-li to možné) či divergenci následujících řad. Pokud řada obsahuje parametry, proveďte vzhledem k nim diskusi.

1.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{2^n}$$

2.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \frac{1}{4^n}$$

3.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{[\sqrt{n}]}}{n}$$

4.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \dots$$

5.

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}, \quad x \in \mathbb{R}$$

6.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$$

7.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2 + (-1)^n}{n}$$

8.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{e^n}$$

9.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(\pi \sqrt{n^2 + k^2}), \quad k \in \mathbb{R}$$

10.

$$\sum_{n=10}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt[n]{n}}{\ln \ln \ln n}$$

11.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln n)^{100}}{n} \sin \frac{n\pi}{4}$$

12.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin(n + \frac{1}{n})}{\ln \ln n}$$

13.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}$$

14.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln^2 n} \cos \frac{\pi n^2}{n+1}$$

15.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n+1} \frac{1}{\sqrt[100]{n}}$$

16.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^p}, \quad p \in \mathbb{R}$$

17.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^p}, \quad p \in \mathbb{R}, \quad 0 < x < \pi$$

18.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^{p+\frac{1}{n}}}, \quad p \in \mathbb{R}$$

19.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{4}}{\sin \frac{n\pi}{4} + n^p}, \quad p \in \mathbb{R}$$

20.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1 \cdot 3 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdots 2n} \right)^p, \quad p \in \mathbb{R}$$