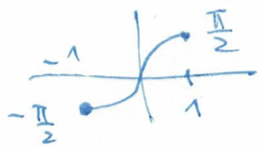
3. písemná práce $\boxed{\text{13. cvičení}}$ → upravení tužkou – modrou – ne červenou jako na zoom.

Nechť $f(x)=\arcsin\frac{1+x}{1-2x}$. Určete D_f, sudost/lichost/periodičnost, nulové body, obor spojitosti, limity v hraničních bodech D_f a oboru spoj. Vyšetřete monotonii (klesá, roste, popř. neklesá/neroste) a určete lok. extrémy. Určete glob. extrémy (s pomocí výpočtů limit v hran. bodech!). Určete R_f. Kdy jsou lok. a glob. extrémy ostré a kdy neostré.

1. D_f. $D_{\arcsin}=[-1,1]$



$$-1\le\frac{1+x}{1-2x}\le 1 \iff 0\le\frac{2-x}{1-2x} \;\&\; \frac{-3x}{1-2x}\ge 0$$

	$(-\infty,\frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2},2)$	$(2,\infty)$
$2-x$	+	+	−
$1-2x$	+	−	−
Celk.	+	−	+

&

	$(-\infty,0)$	$(0,\frac{1}{2})$	$(\frac{1}{2},+\infty)$
$-3x$	+	−	−
$1-2x$	+	+	−
Celkem	+	−	+

$\Rightarrow x\in(-\infty,\frac{1}{2}]\cup[2,\infty)$ $\quad\Rightarrow x\in(-\infty,0]\cup[\frac{1}{2},\infty)$! dodám

! → řešíme $\geqq$ (musím extra dodat)

$$\boxed{D_f=(-\infty,0]\cup[2,\infty)}$$

2. Není ani sudá, ani lichá, ani periodická.

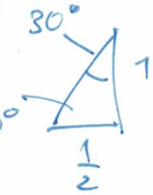
3. $\arcsin y=0 \iff y=0 \iff \frac{1+x}{1-2x}=0 \iff x=-1$

$N=\{-1\}$ $\quad f(-1)=0$.

4. Obor spoj.: $\arcsin$ i $\frac{2-x}{1-2x}$ je spojité na svých definičních oborech. Myslíme ~~zprava~~ zleva v 0 a zprava ve 2.

Tj. obor spojitosti $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

5. Limity v krajních bodech (oba případy)



$$\lim_{x\to-\infty} \arcsin\frac{1+x}{1-2x} \overset{\text{vos + spoj. arcsin}}{=} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \arcsin\frac{1+x}{1-2x} \overset{\text{ditto}}{=} \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

② arcsin spoj. a $\frac{1+x}{1-2x}$ ① spoj

$$\lim_{x\to 0^-} \arcsin\frac{1+x}{1-2x} = \arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x\to 2^+} \arcsin\frac{1+x}{1-2x} \overset{\text{ditto}}{=} \arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$

používáme, že arcsin je lichá.

Limity jsme počítali kvůli globálním extrémům.

6. Monotonie

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{1+x}{1-2x}\right)^2}}\left(\frac{1+x}{1-2x}\right)' = \frac{|1-2x|}{\sqrt{3x^2-6x}}\,\frac{(1-2x)+2(1+x)}{(1-2x)^2} =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{|1-2x|\sqrt{x(x-2)}}$$

$Df' = (-\infty,0)\cup(2,+\infty)$. Myslíme obor $\exists$ vlastní derivace. [Ve 2^+ i v 0^- derivace existuje jen jako nevlastní.]

Zjevně $f'>0$ na Df'. Tedy f roste na $(-\infty,0)$ a f roste roste na $(2,\infty)$. Uvidíme, že není pravda, že f roste na $(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$. [Věty jsou form. pro intervaly, především větám o středních hodnotách.]

[Tabulka by byla:

	$(-\infty,0)$	$(2,+\infty)$
f'	+	+

]

Ze spojitosti v 2^+ a 0^- plyne, že f je rostoucí na $(-\infty,0]$ a f je rostoucí na $[2,+\infty)$. [Nenastává tedy, nic typu

, ale

, toto

nevadí, ale nenastává...]

7. Lokální extrémy: (klasická definice)

Podezřelé body = {body nespojitosti, body ∄ derivace, body stacionární} ⊆ Df (x stac $\overset{def}{\iff}$ $x \in Df'$ a $f'(x)=0$).

$\emptyset$ ← nesp.; ∄ derivace 0^- a 2^+ se nemusí však uvažovat, proto, že jsou krajní (glob. extrémy nemusí mít okolí, kde je fce def.).

stacionární ∄. Nemá lokální extrémy.

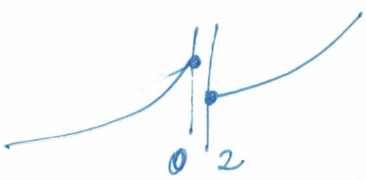
8. Globální extrémy

Zde jsou ‚podezřelé': krajní body int. a lok. extrémy. Tj. jen krajní body.

	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$\approx$	-0.5	1.5	-1.5	-0.5
	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{6}$

v 0 glob. max. a ve 2 glob. min s hodn. f: $\frac{\pi}{2}$ resp. $-\frac{\pi}{2}$.

Hran. body $\pm\infty$ musím uvažovat, co kdyby:



tj. např. v $-\infty$ by byla lim menší než ve 2^+ (stále f roste na $(-\infty, 0]$ a na $[2, +\infty)$).

Glob. extrémy jsou ostré, neboť ① 0^- v $(-\infty, 0]$ fce roste, $f(0)=\frac{\pi}{2}$ a na $[2,\infty)$ jsou hodnoty $f \in [-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6})$.
② 2^+: na $[2,\infty)$ roste, $f(2)=-\frac{\pi}{2}$ a na $(-\infty,0]$ jsou hodnoty f

9. Obor hodnot (vidíme tedy, že obor hodnot je výhodné zkoumat až po glob. extrémech): $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \setminus \{-\frac{\pi}{6}\}$.

Př. Pokračujme v příkladu z písemky. Určete konkávnost, konvexnost, inflexní body a asymptoty v nekonečnech a načrtni 4

1. $x<0$

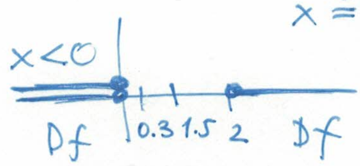
$$f''(x) = \left[\frac{\sqrt3}{(1-2x)\sqrt{x^2-2x}}\right]' = \left[\frac{\sqrt3}{1-2x}(x^2-2x)^{-\frac12}\right]' =$$

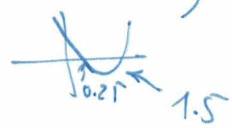
$$= \frac{2\sqrt3}{(1-2x)^2}(x^2-2x)^{-\frac12} + \frac{\sqrt3}{(1-2x)}\left(-\frac12\right)(2x-2)(x^2-2x)^{-\frac32} =$$

$$= \frac{\sqrt3}{(1-2x)^2(x^2-2x)^{3/2}}\left[2(x^2-2x)+(1-2x)(1-x)\right] =$$

$$= \frac{\sqrt3\,(4x^2-7x+1)}{\underbrace{(1-2x)^2}_{\geq 0}\underbrace{(x^2-2x)^{3/2}}_{\geq 0 \text{ na } Df}}$$

$4x^2-7x+1=0 \Leftrightarrow$ $x \doteq 1.5$, $x \doteq 0{,}25$ přesně $\left(\frac{7\pm\sqrt{33}}{8}\right)$





Tj. $f''>0$ pro $x<0$.

$x>0$
Dokonce: $x>2$

$$f'' = \left(\frac{\sqrt3}{(2x-1)\sqrt{x^2-2x}}\right)' = -\frac{\sqrt3\,(4x^2-7x+1)}{\underbrace{(1-2x)^2}_{\geq 0}\underbrace{(x^2-2x)^{3/2}}_{\geq 0}}$$

(z lin. derivace, spec. $(-f)'=-f'$).

Tj. $f''<0$ na $(2,+\infty)$. Diskuze kv. fce ... použiju už to, co jsem spočetl.

$f''<0$ na $(2,\infty)$.

Fce je konvexní na $(-\infty,0]$ a konkávní na $[2,+\infty)$. Body 0^- a 2^+ mám zahrnout díky spoj. f (opět).

2. Inflexe: $f''=0$ ... body $\frac{7\pm\sqrt{33}}{8}$ se neuplatní, neboť $\notin Df$, tj. inflexní body $\nexists$.

3. Asymptoty. Pokud ∃, pak

$$A_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{\arcsin\left(\frac{x+1}{1-2x}\right)}{x}$$

věta o policistech

$$\lim_{x\to\pm\infty} \left| \frac{\arcsin\left(\frac{1+x}{1-2x}\right)}{x} \right| \le \lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{|x|} = 0 \Rightarrow \left|\frac{ac\ldots}{x}\right| \to 0,$$

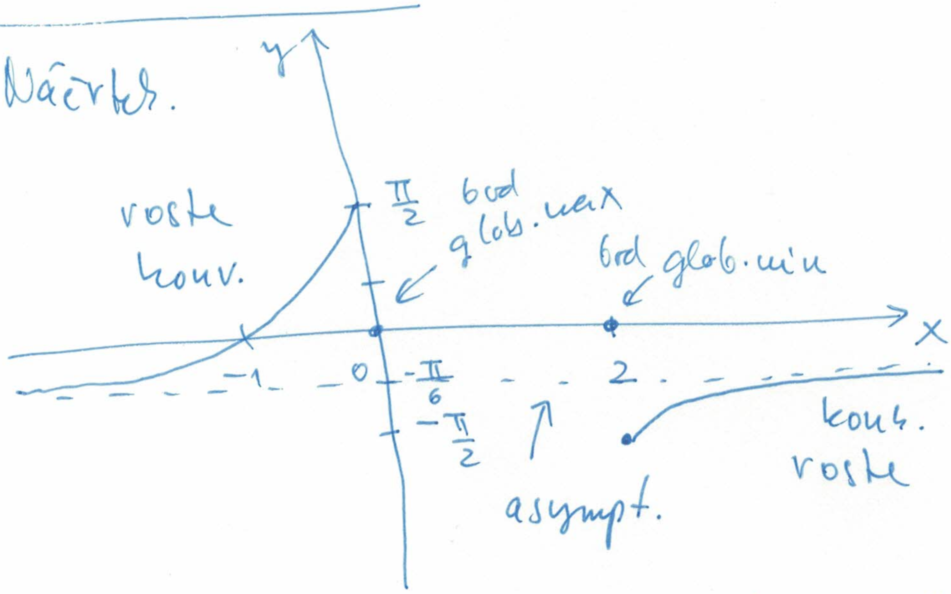
$x \to \pm\infty$. Lemma $\dfrac{ac\left(\frac{1+x}{1-2x}\right)}{x} \to 0$, tj. $A_{\pm} = 0$.

$$B_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} \arcsin\left(\frac{x+1}{1-2x}\right) - 0x = -\frac{\pi}{6}, \text{ tj. } y = -\frac{\pi}{6}$$

byla (lim. v krajn. bodech)

---

4. Náčrtek.



Možná je názornější (výhodnější) určit Rf až nakonec, pokud nezapomínám. Zdá se to snazší.

Určitý Riemannův integrál

Náčrt definice: $\int_a^b f(x)\,dx = \inf_D S(f,D) = \sup_D s(f,D)$ (, pokud existuje. Podrobněji viz předn.) Jde mi o definici; jde o „plochu" „pod" grafem f. Je proto s podivem, že

$$\underline{\int_a^b f(x)\,dx = F(b)-F(a)} \ (=: [F(x)]_a^b),$$ kde F je prim. k f a f je spojitá na $[a,b]$. To je tzv. Newton-Leibnizova formule.

Pozn.: N.-L. formuli lze psát i $\int_a^b F'(x)\,dx = F(b)-F(a)$,

např. pokud F má vl. derivaci na $[a,b]$.
Int $\int_a^b F'$ tedy závisí jen na chování F v a & b, tedy ($F'=f$) na chování f na okolí $\underline{a}$ & $\underline{b}$, pokud $F'=f$ (f je derivací).

Př.: $\int_{-1}^{8} x^{\frac{1}{3}}\,dx \ \Big|\ x^{\frac{1}{3}}$ je spoj. na $[-1,8]\ \Big| = \left[\frac{x^{\frac{1}{3}+1}}{\frac{1}{3}+1}\right]_{-1}^{8} =$

$$= \frac{3}{4}\left[x^{\frac{4}{3}}\right]_{-1}^{8} = \frac{3}{4}\left[16-(-1)^4\right] = \frac{45}{4}.$$

Př.: $\int_{\operatorname{sh}1}^{\operatorname{sh}2} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\,dx = [\operatorname{arcsinh} x]_{\operatorname{sh}1}^{\operatorname{sh}2} = 2-1 = 1.$

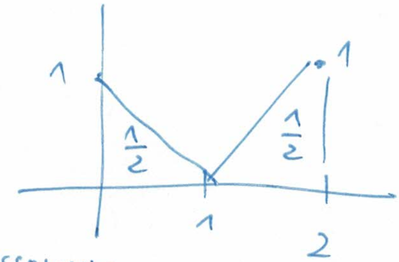
(arcsinh: argsinh, ash)

Př.: $\int_0^2 |1-x|\,dx =$

Rozdělene na $(0,1)$ $\int_0^1 (1-x)\,dx \overset{NL}{=} \left[x-\frac{x^2}{2}\right]_0^1 = 1-\frac{1}{2}-0+0=\frac{1}{2}$

na $(1,2)$: $\int_1^2 (x-1)\,dx = \left[\frac{x^2}{2}-x\right]_1^2 = 2-2-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}$

$\int_0^2 |1-x|\,dx = \frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$



$$\underline{\text{Př.}}: \int_{-1}^{1} \underbrace{\frac{1}{x^2-2x\cos\alpha+1}}_{=:f(x,\alpha)}\,dx$$

$=: f(x,\alpha)$ tzv. Poissonovo jádro (jádro pro $\Delta g = 0$ v $\mathbb{R}^2$).

$0<\alpha<\pi$

$D = 4\cos^2\alpha - 4 \leq 0$

$\forall \alpha \in (0,\pi): D<0 \Rightarrow \underbrace{\text{integrál}}_{\text{Riemannův}}$ ze spojité na $x\in[-1,1] \Rightarrow$ existuje

Navíc jmen. nemá reálné kořeny $\Rightarrow$ doplnění na čtverec.

$$\int_{-1}^{1}\frac{dx}{(x-\cos\alpha)^2+1-\cos^2\alpha}\;\left|\begin{array}{c} y = x-\cos\alpha \\ \text{rostoucí} \\ \text{z klad der.}\end{array}\right| = \int_{y_1}^{y_2}\frac{dy}{y^2+(1-\cos^2\alpha)} =$$

$$= \frac{1}{1-\cos^2\alpha}\int \frac{dy}{\frac{y^2}{1-\cos^2\alpha}+1}\;\left|\begin{array}{c} z=\frac{y}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} \\ \text{rostoucí} \\ \text{s klad. der.}\end{array}\right| =$$

$$= \frac{1}{1-\cos^2\alpha}\int_{z_1}^{z_2}\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}\,dz}{z^2+1} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\left[\operatorname{arctg} z\right]_{z_1}^{z_2} =$$

dosaď zpět

$$= \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\left[\operatorname{arctg}\frac{x-\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\right]_{-1}^{1} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\left\{\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}\right.$$

$$\left.+\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}\right\} = \frac{1}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}\,\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{\underset{\neq 0}{2\sin\alpha}}.$$

Př.: Zkusme odvodit vzorec pro $\operatorname{arctg} y_1 + \operatorname{arctg} y_2$

$y_1 = \operatorname{tg} x_1$, $y_2 = \operatorname{tg} x_2$

$$\operatorname{tg}(x_1 + x_2) = \frac{\operatorname{tg}(x_1) + \operatorname{tg}(x_2)}{1 - \operatorname{tg}(x_1)\operatorname{tg}(x_2)} \quad \text{, víme} \;/\operatorname{arctg}$$

$$x_1 + x_2 = \operatorname{arctg} \frac{y_1 + y_2}{1 - y_1 y_2}$$

$\parallel$

$\operatorname{arctg} y_1 + \operatorname{arctg} y_2$, tj. $\operatorname{arctg} A + \operatorname{arctg} B = \operatorname{arctg}\left(\frac{A+B}{1-AB}\right)$

Dále by bylo nutné určit def. obory levé a pravé strany, příp. pravou stranu dodefinovat limitou. Zájemci.

Def.: Výrazu $[F(x)]_a^x$ se říká někdy Newtonův integrál.

Př.: $\forall \varepsilon > 0$ zjistěte, kdy konverguje (je vlastní):

$$\int_\varepsilon^{+\infty} \frac{1}{x^p}\,dx \text{, kde } p > 0.$$

$p \neq 1$
$$\int_\varepsilon^{x_0} \frac{1}{x^p}\,dx = \left[\frac{x^{-p+1}}{-p+1}\right]_\varepsilon^{x_0} = \frac{x_0^{-p+1}}{-p+1} - \underbrace{\frac{\varepsilon^{-p+1}}{-p+1}}_{=:c_0}$$

$$\int_\varepsilon^{+\infty} := \lim_{x_0 \to +\infty} \int_\varepsilon^{x_0} \frac{1}{x^p}\,dx = \lim_{x_0 \to +\infty} \frac{x_0^{-p+1}}{-p+1} - c_0 = \begin{cases} +\infty & p<1 \\ -c_0 & p>1 \end{cases}$$

Tj. pro $p > 1$!

Př.: $\int_0^\varepsilon \frac{1}{x^p}\,dx$, $p > 0$. Vyšetřete konvergenci, $\varepsilon > 0$.

$$\int_0^\varepsilon \frac{1}{x^p}\,dx := \lim_{x_0 \to 0^+} \int_{x_0}^{\varepsilon} \frac{1}{x^p}\,dx = \lim_{x_0 \to 0^+} \left[\frac{x^{-p+1}}{-p+1}\right]_{x_0}^{\varepsilon} =$$

$$= \lim_{x\to 0^+} \Bigg[\underbrace{\frac{\varepsilon^{-p+1}}{-p+1}}_{c_0} - \frac{x_0^{-p+1}}{-p+1} \Bigg] = \begin{cases} c_0 - \infty = -\infty, & p>1 \\ \underline{c_0}, & p<1. \end{cases}$$

Tj. naopak konv. pro $p<1$.

Odtud: $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^p}\,dx$ nekonverguje $\forall p \neq 1$. „Potenciály" mají problém s konvergencí (pseudofyz. parafráze).

Nevyšetřili jsme $p=1$, kdy máme jiný vzorec pro prim fci. Avšak

$$\int_a^b \frac{1}{x}\,dx = \big[\ln|x|\big]_a^b = \ln|b| - \ln|a| \text{ pro } a = 0^+$$

$-\infty$ a pro $b=+\infty$: $+\infty$, tj. $\int_0^\varepsilon$ i $\int_\varepsilon^{+\infty}$ z $\frac{1}{x}$ neexistují! Ani $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x}$ neexistuje.

- Víme tedy nejen postačující, ale i nutnou podm. pro $p>0$, kdy $\exists \int_0^\varepsilon \frac{1}{x^p}\,dx$ a kdy $\exists \int_\varepsilon^{+\infty} \frac{1}{x^p}\,dx$ jako vlastní ($p<1$ resp $p>1$).

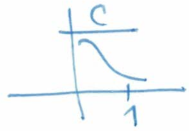
<u>Př.:</u> Vyšetřete konvergenci (zda $\exists$ a je vlastní):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

1 (výhodné, ne nutné): $2\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$

Stačí odhady $2\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$ spoj. na omezeném a uzavř. int. $\Rightarrow$ má vlastní Riem. integrál (vs. tg na $(0, \frac{\pi}{2})$!)

Nebo spoj. na om. int. $\Rightarrow$ nabývá maxima : $2\int_0^1 dx \le 2C(1-0)$



Nebo $\frac{1}{1+x^2} \le \underset{C}{\underset{\shortparallel}{1}}$, neb $1 \le 1+x^2$, $0 \le x^2$; tj. stačí $C = 1$.
na $[0,1]$

Nebo $\left(\frac{1}{1+x^2}\right)' = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} = 0 \iff x = 0$, $\frac{1}{1+(\pm 0)^2} = \frac{1}{1}$

$x<0$ roste, $x>0$ klesá

v $x=0$ glob. maximum $\frac{1}{1+0^2} = 1 (= C)$.

Co na $\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$? Tam ovšem $\frac{1}{1+x^2} < \frac{1}{x^2}$, neb

$x^2 < 1+x^2$, $0<1$.

$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx = \left[\frac{x^{-1}}{-1}\right]_1^{\infty} = 0 + 1 = 1$, tj. int. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2}\,dx$ ∃ a je vlastní (ale už bylo). Z něj ∃ $2\int_1^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$ a je vlastní. Celkem ∃ $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2}\,dx$ a je vlastní.

Trocha času, lak násobení a podíl Taylorových řad. 14

1. Určete Taylorův polynom pro $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ v $x_0 = 0$

a) z definice $\operatorname{tg}'(x) = \frac{1}{c^2 x}$, $\operatorname{tg}'' x = \frac{2\sin x}{\cos^3 x}$, $\operatorname{tg}''' x = \frac{2\cos^4 x + 6\cos^2 \sin^2 x}{\cos^6 x} =$

$$= \frac{2\cos^2 x + 6\sin^2 x}{\cos^4 x} = \frac{2 + 4\sin^2 x}{\cos^4 x}$$

$$\operatorname{tg} x = x + \frac{2x^3}{3!} + o(x^4)$$

nevím, že pak až x^5 jinak $o(x^3)$.

b) do 5. řádu pomocí dělení, stačí tedy 3 členy „⇒" 3 členy cos a 3 členy sin. To, že jde o $o(x^6)$ resp. $o(x^5)$ víme ze vzorců (*)

$$\left(x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{5!} + o(x^6)\right) : \left(1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} + o(x^5)\right) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + o(x^6)$$

$$-\left(x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{4!} + o(x^6)\right)$$

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{4}{5!}x^5 + o(x^6)$$

$$-\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{6}x^5 + o(x^6)\right)$$

$$\frac{2}{15}x^5 + o(x^6)$$

$$o(x^6)$$

(*) pro T. polynom sin a cos

$$\frac{1}{6} - \frac{\cancel{2}\cdot 2}{\cancel{1}\cancel{2}345} \quad = \frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{6}\frac{4}{5} = \frac{2}{15}$$

Pozn.: Násobení a sčítání, jakož skládání jsme měli.
Sčít. a násobení i se zdůvodněním „⇒" obecně.

2. Nalepování

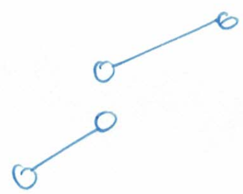
Teorie – trochu názorněji (jinak jsme měli větu.

f 

nemá prim fci, neb $F' = f$ musí být spoj. (≈ okolí Darbouxovy věty)

f 

má prim fci na každém intervalu. Nelepím.; Dvě nez. konst.

f 

a b c

má prim fci na ∀ intervalu ((a,b) a (b,c)) nelepím, Dvě nez. konst.

f 

a c

má prim fci na (a,c). Až na jednu konst. (přímo věta). Lepím.

OPRAVENÝ STAV PŘÍKLADU

Př.: $F(x) = \int \frac{dx}{1+3\cos^2 x}$ na $(0,2\pi)$ (a na $\mathbb{R}$)

$(-\pi,\pi)$ $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$

$R(\cos x, \sin x) = R(-\cos x, -\sin x) \Rightarrow y = \operatorname{tg} x$ nebo $y = \operatorname{tg}\frac{x}{2}$.

Avšak ~~obě~~ ani jedna nepokryje celý $(0,2\pi)$.

Aby bylo videt, poznamka k * dole

$y = \operatorname{tg} x$: $\cos^2 x = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 x}$, $x = \operatorname{arctg} y$. * $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right)$

$$F(x) = \int \frac{dy}{1+y^2}\,\frac{1+y^2}{4+y^2} = \frac{1}{4}\int \frac{dy}{1+\left(\frac{y}{2}\right)^2} \dots = \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{y}{2} + C \text{ na } \left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$$

$\to \frac{\pi}{4}$ $\qquad \to -\frac{\pi}{4}+C$

(0, π)

$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} x}{2}\right)$ na $\underbrace{\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)}$

$\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg} x}{2} + C$ na $\underbrace{\left(\left(\frac{\pi}{2},\frac{3}{2}\pi\right)\right)}$

$\to \pi$ per. $\operatorname{tg} x$

$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-} F(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} F(x) \Rightarrow C = \frac{\pi}{2}$.

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg} x}{2} \text{ na } \underbrace{\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)}_{I} \\ \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{tg} x}{2} + \frac{k\pi}{2} \text{ na } \left(-\frac{\pi}{2}+k\pi, \dots\right. \end{cases}$$ *