

Mathematics for Economists I
Problems 5
Limits of a function

Find the limit of the given function in the given point(s).

1. $\lim x^3 - 4x^2 + 8x - 3$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$, c) $x \rightarrow 0$
2. $\lim \frac{x+2}{x-3}$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$, c) $x \rightarrow 0$, d) $x \rightarrow 3+$, e) $x \rightarrow 3-$
3. $\lim \frac{x^6-5}{x+3}$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$, c) $x \rightarrow -3+$, d) $x \rightarrow -3-$, e) $x \rightarrow 1$
4. $\lim \frac{x^2+1}{x^4+3}$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$, c) $x \rightarrow 0$
5. $\lim \sqrt{x^2-1}$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$, c) $x \rightarrow 1+$, d) $x \rightarrow -1-$, e) $x \rightarrow 0$
6. $\lim \sqrt[3]{x+3}$, for a) $x \rightarrow +\infty$, b) $x \rightarrow -\infty$

For the given function, find its domain D_f and its limits in all endpoints of D_f .

7. $f(x) = \frac{4-x}{x}$
8. $f(x) = \frac{2x-1}{2-x}$
9. $f(x) = \frac{7-x}{x^2-5x+6}$
10. $f(x) = \frac{16-4x}{x^2-6x}$
11. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+5}}{x-1}$
12. $f(x) = \frac{4x+5}{\sqrt{x^2-9}}$

Solutions:

1. a) $+\infty$, b) $-\infty$, c) -3
2. a) 1, b) 1, c) $-\frac{2}{3}$, d) $+\infty$, e) $-\infty$,
3. a) $+\infty$, b) $-\infty$, c) $+\infty$, d) $-\infty$, e) -1
4. a) 0, b) 0, c) $\frac{1}{3}$
5. a) $+\infty$, b) $+\infty$, c) 0, d) 0, e) not defined (0 is outside the D_f and is not an endpoint of D_f)
6. a) $+\infty$, b) $-\infty$
7. $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = -\infty$
8. $D_f = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -2$, $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = -\infty$
9. $D_f = (-\infty, 2) \cup (2, 3) \cup (3, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2+} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow 3-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = +\infty$
10. $D_f = (-\infty, 0) \cup (0, 6) \cup (6, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow 6-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 6+} f(x) = -\infty$
11. $D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = +\infty$
12. $D_f = (-\infty, -3) \cup (3, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 4$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -4$, $\lim_{x \rightarrow -3-} f(x) = -\infty$,
 $\lim_{x \rightarrow 3+} f(x) = +\infty$