

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 2

Exponenciální a logaritmické rovnice

Najděte všechna reálná čísla x splňující danou rovnici. Vždy určete přesnou hodnotu (třeba zadanou matematickým výrazem), a pokud nebude celočíselná, napište její přibližnou hodnotu zaokrouhlenou na tři až čtyři platné číslice. Bez kalkulačky byste měli určit všechna řešení, pouze pro výpočet numerické hodnoty v př. 3 potřebujete kalkulačku.

1. $3^x = 81$

2. $2^x = \frac{1}{64}$

3. $5^x = 17$

4. $10^{x-2} = 1000$

5. $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} = \frac{40}{3}$

6. $3 \cdot (4^x + 9^{x+1}) = 2 \cdot (3 \cdot 4^{x+1} - \frac{9^{x+1}}{4})$

7. $\log_2 x = 10$

8. $\ln(x+3) - \ln(x-1) = \ln 5$

9. $\ln(x+1) + \ln(x-1) - \ln(x-2) = \ln 8$

10. $\ln(2x-3) + \ln(3x) = \ln(8x-12)$

Soustavy rovnic o dvou neznámých

Najděte všechny dvojice reálných čísel x, y splňující danou soustavu rovnic.

11.
$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 5 \\ x - 2y & = & 6 \end{array}$$

12.
$$\begin{array}{rcl} x + 3y & = & 5 \\ 2x + 6y & = & 12 \end{array}$$

13.
$$\begin{array}{rcl} 2x - y & = & 3 \\ 3y - 6x & = & -9 \end{array}$$

14.
$$\begin{array}{rcl} x^2 + y^2 & = & 29 \\ x - y & = & 3 \end{array}$$

15.
$$\begin{array}{rcl} x^2 & = & 4 + y \\ 2x + y & = & -1 \end{array}$$

Řešení:

1. 4. 2. -6. 3. $\log_5 17 = \frac{\ln 17}{\ln 5} \doteq 1,76$ 4. 5. 5. -1. 6. $-\frac{1}{2}$. 7. 1024.
8. 2. 9. 3; 5. 10. Nemá řešení, protože nalezené kořeny $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}$ leží mimo definiční obor některých zadaných výrazů.

11. $x = 4, y = -1$. 12. Nemá řešení. 13. $x = t, y = 2t - 3$ pro $t \in \mathbb{R}$. 14. $x = 5, y = 2; x = -2, y = -5$. 15. $x = 1, y = -3; x = -3, y = 5$.