Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 18

Extrémy funkcí více proměnných – dosazovací metoda

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině M. (Pozn.: označení např. $\langle 0,1\rangle \times \langle -1,2\rangle$ znamená obdélník $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x \in \langle 0,1\rangle, y \in \langle -1,2\rangle\}$, dále např. čtverec $\langle -1,1\rangle^2 = \langle -1,1\rangle \times \langle -1,1\rangle$ apod.)

Vždy tuto množinu nakreslete a vyznačte v ní všechny kandidáty.

	$f(x,y)$	M
1.	$x - y - x^2y^3$	$\langle 0,1\rangle \times \langle -1,2\rangle$
2.	$xy^2 - 2xy - 3x^2 + x - y$	$\langle 0,2\rangle \times \langle 0,3\rangle$
3.	$x^2 - y^2 + \ln(1 + x^2 + y^2)$	$\langle -1,1\rangle^2$
4.	$x^3 - y^3 - 2x + 3y$	*trojúhelník s vrcholy* $(0,0),(1,0),(0,2)$
5.	$xy(x - y - 2)$	*trojúhelník s vrcholy* $(-1,1),(0,-2),(2,0)$
6.	$y - x$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; -4 \le x \le 2;\ \frac{1}{2}x^2 - 2 \le y \le 2 - x\}$
7.	$4x + y$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 0 \le x \le 4; 0 \le y \le 20 - x^2\}$
8.	$2x - y$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 - 10x + 25 \le y \le -x^2 + 10x + 25\}$
9.	$x^2 - y$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 21 - 3x \le y \le -x^2 + 4x + 21\}$
10.	$3x - y$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; x^2 - 1 \le y \le 0\}$
11.	$4x + y - 2$	$\{[x,y] \in \mathbb{R}^2; 0 \le x \le 6; 0 \le y \le -x^2 + 6x + 7\}$

Řešení:

	min	*max*
1.	$f(1,2) = -9$	$f(1,-1) = 3$
2.	$f(2,\frac{5}{4}) = -\frac{105}{8}$	$f(\frac{1}{6},0) = \frac{1}{12}$
3.	$f(0,\pm 1) = \ln 2 - 1 = -0,307...$	$f(\pm 1,0) = \ln 2 + 1 = 1,693...$
4.	$f(0,2) = -2$	$f(0,1) = 2$
5.	$f(\frac{2}{3},\frac{4}{9}) = f(-\frac{4}{9},-\frac{2}{3}) = -\frac{128}{243}$	$f(-1,1) = 4$
6.	$f(1,-3/2 = \frac{-5}{2}$	$f(-4,6) = 10$
7.	$f(0,0) = 0$	$f(2,16) = 24$
8.	$f(4,49) = -41$	$f(6,1) = 11$
9.	$f(1,24) = -23$	$f(7,0) = 49$
10.	$f(-1,0) = -3$	$f(1,0) = 3$
11.	$f(0,0) = -2$	$f(5,12) = 30$