

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 16

Parciální derivace funkcí více proměnných

Spočtěte parciální derivace zadané funkce podle všech proměnných v příslušných definičních oborech:

1. $f(x, y) = x^3y^2 + xy^3$
2. $f(x, y) = e^{xy^2}$
3. $f(x, y, z) = \ln(xz) + \frac{y}{z} - xy$

Stacionární body funkcí více proměnných

Najděte všechny stacionární body dané funkce (uvažujeme $x, y, z \in \mathbb{R}$, není-li uvedeno jinak).

4. $x^3 - 3x^2 + 4xy + y^2 + 8x$
5. $x^2 - 2xy + y^3 + 6y^2 + 3y$
6. $y^4 + 32x^2 - 32xy$
7. $x - y^2 - e^{x-2y}$
8. $x^3 + y^3 - 9xy + 15$
9. $\ln(x+1) - xy^2$; $x \in (-1, \infty), y \in \mathbb{R}$
10. $e^{x^2+(y+2)^2} + x^2$
11. $x^2 - 6x + y^2 + 2y + z^2 - 4z$
12. $xy - 2xz + 3yz + 7x - 15y + 3z$

Řešení:

1. $\partial_x f(x, y) = 3x^2y^2 + y^3$
 $\partial_y f(x, y) = 2x^3y + 3xy^2$
2. $\partial_x f(x, y) = y^2 e^{xy^2}$
 $\partial_y f(x, y) = 2xye^{xy^2}$
3. $\partial_x f(x, y, z) = \frac{1}{x} - y$
 $\partial_y f(x, y, z) = \frac{1}{z} - x$
 $\partial_z f(x, y, z) = \frac{1}{z} + \frac{-y}{z^2}$ (vše pro $xz > 0$)
4. $[2/3, -4/3], [4, -8],$
5. $[-3, -3], [-1/3, -1/3],$
6. $[0, 0], [1, 2], [-1, -2],$
7. $[2, 1],$
8. $[0, 0], [3, 3],$
9. $[0, 1], [0, -1],$
10. $[0, -2],$
11. $[3, -1, 2],$
12. $[3, 1, 4].$

K dalšímu počítání: Na konci kapitoly 4 ze Žluté učebnice, str. 113, úloha 2, abdeghjl: spočtěte všechny parciálních derivace zadaných funkcí. Spočtěte úlohy 6–8 na str. 114.