

**Matematika pro ekonomy**  
**Domácí úkol 8**

**Úlohy s derivacemi**

1. Je dána funkce  $f(x) = x^2 + 4x + 6$ . Určete body  $x$ , v nichž má tečna ke grafu funkce  $f$  rovnici  $y = ax + b$  se směrnicí  $a = -2$ . V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu  $b$  a napište rovnici příslušné tečny.

2. Je dána funkce  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$ . Určete body  $x$ , v nichž má tečna ke grafu funkce  $f$  rovnici  $y = ax + b$  se směrnicí  $a = 1$ . V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu  $b$  a napište rovnici příslušné tečny.

3. Ve funkci  $f(x) = x^3 + cx^2 - 7x + d$  určete koeficienty  $c, d$  tak, aby  $f$  měla v bodě 2 tečnu  $y = x + 2$ .

4. Nechť  $f(x) = x^3 + cx^2 + 6x$ . Určete, pro která  $c \in \mathbb{R}$  má funkce  $f$  v bodě 2 inflexní bod, a pro tuto hodnotu  $c$  pak rozhodněte, zda bod  $x = 2$  leží v intervalu, kde  $f$  roste nebo klesá.

5. Nechť  $f(x) = \frac{2x+b}{x-3}$ . Určete, pro která  $b \in \mathbb{R}$  je funkce  $f$  v intervalu  $(3, +\infty)$  klesající a rozhodněte, zda je  $f$  v tomtéž intervalu konvexní či konkávní.

6. Nechť  $f(x) = x^3 - ax^2 + 5x$ . Určete, jaké musí být  $a \in \mathbb{R}$ , aby bod 5 ležel v intervalu konvexity a bod 1 v intervalu konkavity.

7. Nechť  $f(x) = x^3 + 6x^2 + cx$ . Určete, pro která  $c \in \mathbb{R}$  je  $f$  rostoucí v celém  $\mathbb{R}$ .

8. Nechť  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 13x + d$ . Určete, pro která  $d \in \mathbb{R}$  má  $f$  tečnu  $y = 2x + 2$  a ve kterých bodech se tak stane.

**Řešení:**

1.  $x = -3, b = -3$ , tečna  $y = -2x - 3$ .

2.  $x = 1, b = 4$ , tečna  $y = x + 4$ ;  $x = 3, b = 0$ , tečna  $y = x$ .

3.  $c = -1, d = 14$ .

4.  $c = -6$ , klesá.

5.  $b > -6$ , konvexní.

6.  $a \in (3, 15)$ .

7.  $c \geq 12$ .

8. dvě řešení:  $x = 3, d = -40$ ;  $x = -\frac{5}{3}, d = -\frac{346}{27}$ .