

Matematika pro ekonomy / Mathematics for economists
Domácí úkol 5 / Homework 5
Limita funkce II / Limit of a function II

U zadané funkce určete definiční obor, vypočtěte limity krajních bodech definičního oboru a takto nalezené údaje zakreslete do grafu (spolu s průsečíky s osami či dalšími význačnými body):

For the given function, find the domain of definition, the limits at all endpoints of this domain, and draw all these data into a graph (together with the intersection points with the axes, or other important points):

1. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-16}$

2. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 12}$

3. $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x-x^2}}$

4. $f(x) = \sqrt{18 + 9x - 2x^2 - x^3}$

5. $f(x) = \frac{1}{8^x}$

6. $f(x) = (x^2 + 1)5^{2x}$

7. $f(x) = -3xe^{x^2+1}$

8. $f(x) = x^3e^{1-x}$

9. $f(x) = x^2 \ln x$

10. $f(x) = \log_{10} x$

Řešení: / Solution:

1. $D_f = (-\infty, -4) \cup (-4, 4) \cup (4, +\infty)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -4-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -4+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -4+} f(x) = +\infty$. Nulový bod / nullpoint -1 .

2. $D_f = (-\infty, -2) \cup (6, +\infty)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Nulové body jsou $-2, 6$, v nich je limita rovna funkční hodnotě, funkce nabývá pouze nezáporných hodnot. / Nullpoints are only $-2, 6$, the limit in each of these points equals the value of f , and f has only non-negative values.

3. $D_f = (0, 2)$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = +\infty$. Funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot. / The function has no nullpoints, and has only positive values.

4. $D_f = (-\infty, -3) \cup (-2, 3)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$. Nulové body jsou $-3, -2, 3$, v nich je limita rovna funkční hodnotě, f nabývá pouze nezáporných hodnot. Nullpoints are $-3, -2, 3$, the limit in each of them equals the value of f , f has only non-negative values.

5. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot. / The function has no nullpoints, has only positive values.

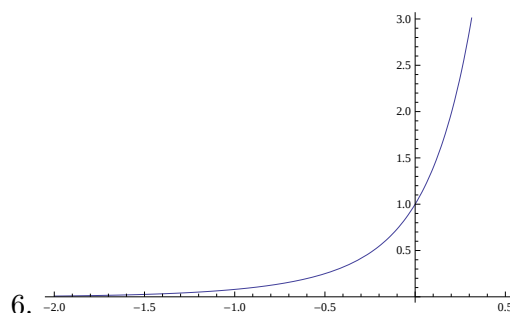
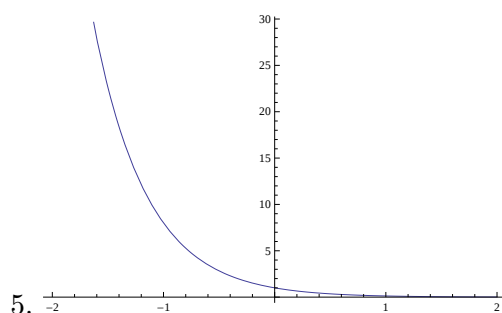
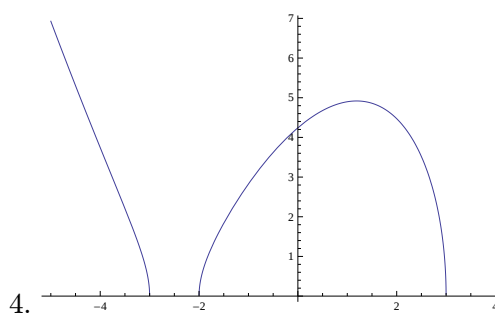
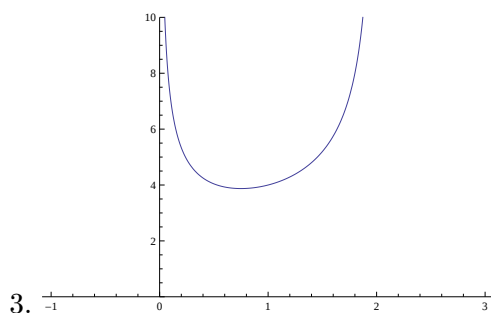
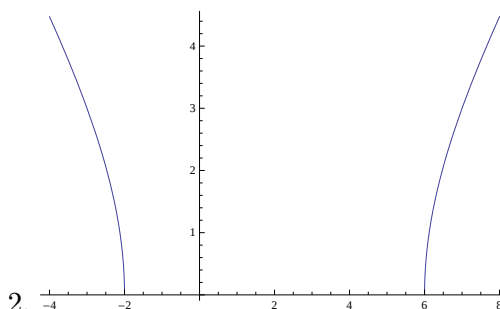
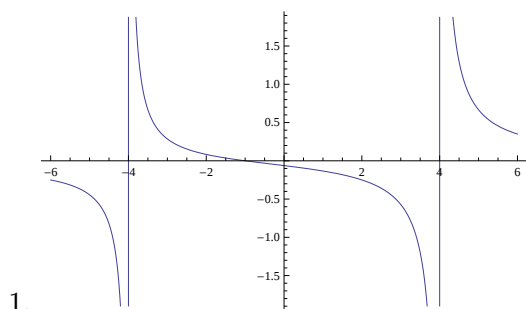
6. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$. Funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot. / The function has no nullpoints, has only positive values.

7. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, nulový bod / nullpoint 0 .

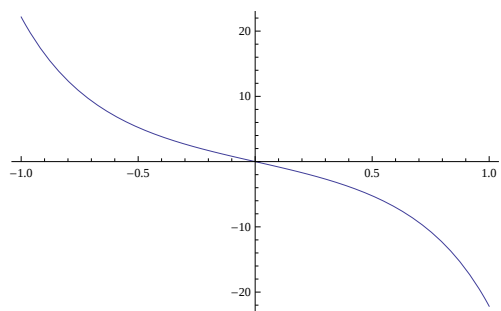
8. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, nulový bod / nullpoint 0.
9. $D_f = \mathbb{R}_+$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$, nulový bod / nullpoint 1.
10. $D_f = \mathbb{R}_+$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -\infty$, nulový bod / nullpoint 1.

Dále uvádím i grafy ke každému z příkladů, porovnejte si s nimi svá řešení, i když ještě nemáte všechny nástroje k detailní analýze, jako je určení extrémů apod.

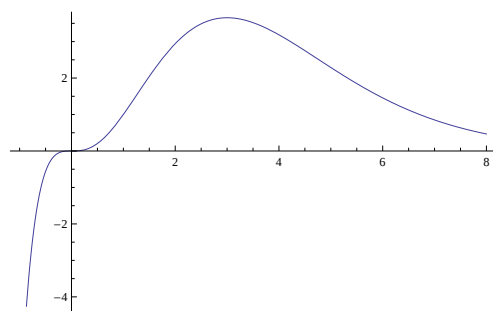
Moreover, the graphs for every given function are shown below. Compare your solution with them, although you don't have all tool for a detailed analysis (like determining the extremes etc.) yet.



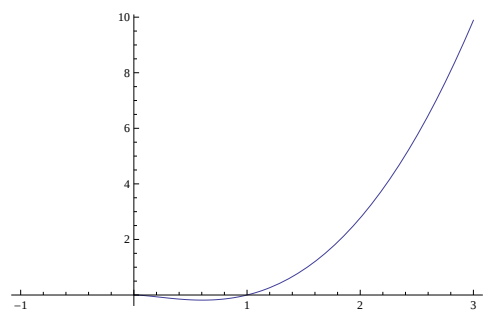
7.



8.



9.



10.

