

Matematika pro ekonomy / Mathematics for economists

Domácí úkol 16 / Homework 16

Hodnost matice, lineární závislost vektorů

Rank of a matrix, linear dependence of vectors

Určete hodnost matic / Determine the rank of matrices:

1. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 0 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$ 4. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 & 3 \\ 6 & 5 & -1 & 0 \\ 4 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & -6 & -2 \\ 1 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -5 & -1 \\ -1 & -3 & 9 & 1 \end{pmatrix}$ 6. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & -2 & -3 \\ 3 & -6 & 1 & 6 & 5 \\ -2 & 4 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Rozhodněte, zda je daná množina vektorů lineárně závislá (LZ) či lineárně nezávislá (LNZ) / Decide, whether the given set of vectors is linearly dependent (LD=LZ) or independent (LID=LNZ):

7. $\{(0, 0, 0)\}$

8. $\{(0, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 0, 0)\}$

9. $\{(0, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 0, 1)\}$

10. $\{(0, 1, 0), (1, 0, 0), (0, 0, 1), (1, 1, 1)\}$

Soustavy lineárních rovnic / Systems of linear equations

Najděte všechna řešení soustav rovnic / Find all solutions of the given systems:

11. $\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \end{array} \right)$ 12. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 8 & 4 & 0 \\ 3 & -2 & 4 & 8 & 0 \end{array} \right)$

13. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -6 & 4 & 0 \\ -3 & 9 & -6 & 0 \end{array} \right)$ 14. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \end{array} \right)$

15. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \end{array} \right)$ 16. $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 5 \\ -1 & -5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{array} \right)$

17. $\left(\begin{array}{ccc|c} -2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{array} \right)$ 18. $\left(\begin{array}{cc|c} 2 & 5 & -1 \\ 4 & 1 & 7 \\ 4 & 6 & 2 \end{array} \right)$

19. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{array} \right)$ 20. $\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 4 & -8 & 2 \\ 2 & -6 & 1 & -2 & -3 \\ 3 & -9 & 5 & -10 & -1 \end{array} \right)$

Řešení / Solutions: 1. $h = 1$, 2. $h = 1$, 3. $h = 3$, 4. $h = 3$, 5. $h = 2$, 6. $h = 3$, 7. LZ, 8. LZ, 9. LNZ, 10. LZ.

Řešení úloh 11.-20. je vždy pro $s, t \in \mathbb{R}$ / Solution of problems 11.-20. is always for $s, t \in \mathbb{R}$:

11. $(-t, -t, t)$, 12. $(-2s-2t, -s+t, s, t)$, 13. $(3s-2t, s, t)$, 14. $(0, 0, 0)$, 15. nemá řešení / no solution, 16. $(4, -1)$, 17. $(1-t, 1-t, t)$, 18. $(2, -1)$, 19. $(1+t, -t, -t, t)$, 20. $(-2+3s, s, 1+2t, t)$.