

Matematika pro ekonomy

Domácí úkol 13

Funkce více proměnných – hledání extrémů na složitějších množinách

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině $M \subset \mathbb{R}^2$.

	$f(x, y)$	M
1.	$6x - 3y$	plocha zadaná vztahy $x \in \langle -2, 2 \rangle, x^2 - 4 \leq y \leq 0$
2.	$x - y$	plocha zadaná vztahy $x \in \langle 0, 2 \rangle, 0 \leq y \leq e^{x-1}$
3.	$2x - 2y + 3$	kruh $x^2 + y^2 \leq 2$
4.	$2x + y - 5$	kruh $x^2 + y^2 \leq 5$
5.	$3x - y + 1$	kruh $x^2 + y^2 \leq 10$
6.	$(x^2 + y^2 + 1)(x^2 - y^2 - 1)$	kruh $x^2 + y^2 \leq 1$
7.	$\frac{xy}{x^2 + y^2 - 9}$	kruh $x^2 + y^2 \leq 4$
8.	$x - 2y$	množ. zadaná rovnicí $13x^2 - 10xy + 13y^2 = 72$
9.	$3x + 2y$	půlkruh zadaný vztahy $x^2 + y^2 \leq 13, y \geq 0$
10.	$7x + y$	kruhovú výseč zadaná vztahy $x^2 + y^2 \leq 50, y \geq 0, x \geq y$

Vyšetřete extrémy dané funkce na dané množině $M \subset \mathbb{R}^3$.

	$f(x, y, z)$	M
11.	$x^3 - 4y^3 - z^3$	množ. zadaná rovnicí $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$
12.	$x - 2y + 3z$	množ. zadaná rovnicemi $x^2 + y^2 = 1, x^2 + y^2 + z^2 = 2$
13.	$x + y - 2z$	množ. zadaná rovnicemi $x^2 + y^2 = 1, x^2 + z^2 = 1$

Řešení:

Na úlohy 1 a 2 stačí dosazovací metoda, na ostatní je třeba užít Lagrangeovy multiplikátory, případně metodu jacobíanu.

	min	max
1.	$f(-2, 0) = -12$	$f(1, -3) = 15$
2.	$f(2, e) = 2 - e$	$f(2, 0) = 2$
3.	$f(-1, 1) = -1$	$f(1, -1) = 7$
4.	$f(-2, -1) = -10$	$f(2, 1) = 0$
5.	$f(-3, 1) = -9$	$f(3, -1) = 11$
6.	$f(0, \pm 1) = -4$	$f(\pm 1, 0) = 0$
7.	$f(\pm\sqrt{2}, \pm\sqrt{2}) = -\frac{2}{5}$	$f(\pm\sqrt{2}, \mp\sqrt{2}) = \frac{2}{5}$
8.	$f(-\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{7}{\sqrt{10}}) = -\frac{3}{2}\sqrt{10}$	$f(\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{7}{\sqrt{10}}) = \frac{3}{2}\sqrt{10}$
9.	$f(-\sqrt{13}, 0) = -3\sqrt{13}$	$f(3, 2) = 13$
10.	$f(0, 0) = 0$	$f(7, 1) = 50$
11.	$f(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0) = -\sqrt{2}$	$f(0, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0) = \sqrt{2}$
12.	$f(-\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, -1) = -\sqrt{5} - 3$	$f(\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{2}{\sqrt{5}}, 1) = \sqrt{5} + 3$
13.	$f(-\frac{1}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}) = -\sqrt{10}$	$f(\frac{1}{\sqrt{10}}, \frac{3}{\sqrt{10}}, -\frac{3}{\sqrt{10}}) = \sqrt{10}$