

Matematika pro ekonomy / Mathematics for economists
Domácí úkol 1 / Homework 1

Všechny uvedené úlohy byste měli umět na základě středoškolské matematiky, snad s výjimkou č. 13, kde potřebujete znát způsob nalezení kořenů kubické funkce.

You should solve all given problems using high school mathematics, maybe with an exception – No. 13, where you need to know how to find roots of a cubic function.

Rozcvička na začátek – úpravy výrazů
A little warm-up – simplification of expressions

Upravte následující výrazy pro reálné proměnné a, b, c, w, x, y, z a určete případný obor platnosti. (Pro úsporu místa je v každém řádku více úloh oddělených středníky.)

Simplify the given expressions for real variables a, b, c, w, x, y, z and determine the domain of definition, if applicable. (To save space, there more problems separated by semicolons in every line.)

1. Roznásobte / expand: $(x + 3)^2; (y + 1)^3; (5 - z)^2; (-w - 4)^2; (x - 3)(x^2 + 2)$.
2. Vytkněte nejvyšší možný člen / factor out the highest possible term:
 $24y^2 + 6y - 30; 9z^4 - 21z^2 + 33z^3$.
3. Zjednodušte výraz / simplify the expression:
 $(x^2)^5; (x^5)^2; x^{(2^5)}; x^{(5^2)}; (\sqrt{y})^6; \sqrt[3]{z^6}; \sqrt{\frac{x^3x^7}{x^2}}; \sqrt[3]{w^2}w^2\sqrt[3]{w}$.
4. Zjednodušte výraz / simplify the expression: $\frac{\frac{ab}{a^2}}{\frac{b^2a}{ab}}; \frac{ac}{b^2} : \frac{c^2}{b}; \frac{3c}{10} - \frac{2a}{6} + \frac{b}{3}$.

Rovnice a nerovnice / Equations and inequalities

Najděte všechna reálná čísla x splňující danou podmínku. Pokuste se ke každé úloze načrtnout obrázek.

Find all real numbers x satisfying the given condition. Try to draw a picture to every problem.

5. $8 - 3x = 2$
6. $2x + 7 < 5$
7. $14 - 3x \geq 6$
8. $|x - 1| \leq 2$
9. $|5x - 3| \leq |x + 1|$
10. $||x - 4| - 3| = 2$
11. $x^2 - 6x - 7 \geq 0$
12. $15 > x^2 + 2x$
13. $x^3 + 10x^2 + 27x + 18 > 0$
14. $\frac{x+2}{x-6} < 0$
15. $\frac{x^2-6x+5}{x-3} \geq 0$
16. $\frac{x^2+2x-8}{x^2-4x-5} \leq 0$

Graf kvadratické funkce / Graph of a quadratic function

U zadané kvadratické funkce určete průsečíky jejího grafu s osami a souřadnice vrcholu paraboly; graf nakreslete.

For the given quadratic function, find points of intersection of its graph with the axes, and coordinates of the vertex of the parabola; draw the graph.

17. $4 + 3x - x^2$

18. $x^2 + 2x + 2$

Řešení / Solution: **1.** $x^2 + 6x + 9; y^3 + 3y^2 + 3y + 1; 25 - 10z + z^2; w^2 + 8w + 16; x^3 - 3x^2 + 2x - 6$. **2.** $6(4y^2 + y - 5); 3z^2(3z^2 - 7 + 11z)$. **3.** $x^{10}; x^{10}; x^{32}; x^{25}; y^3$ ($y \geq 0$); $z^2; x^4$ ($x \neq 0$); w^3 . **4.** $\frac{1}{a}$ ($a, b \neq 0$); $\frac{a}{bc}$ ($b, c \neq 0$); $\frac{9c-10a+10b}{30}$. **5.** 2. **6.** $(-\infty, -1)$. **7.** $(-\infty, \frac{8}{3})$. **8.** $\langle -1, 3 \rangle$. **9.** $\langle \frac{1}{3}, 1 \rangle$. **10.** $\{-1, 3, 5, 9\}$. **11.** $(-\infty, -1) \cup \langle 7, +\infty \rangle$. **12.** $(-5, 3)$. **13.** $(-6, -3) \cup (-1, +\infty)$. **14.** $(-2, 6)$. **15.** $\langle 1, 3 \rangle \cup \langle 5, \infty \rangle$. **16.** $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 2, 5 \rangle$. **17.** průsečíky s osami / points of intersection with axes $[-1, 0], [4, 0], [0, 4]$, vrchol / vertex $[\frac{3}{2}, \frac{25}{4}]$. **18.** průsečíky s osami / points of intersection with axes $[0, 2]$, vrchol / vertex $[-1, 1]$.