

Jméno a příjmení (čitelně): _____

Zakroužkujte jméno cvičícího, den a čas cvičení:

Křížka	Cepák	Staněk	Černohorská	Dostálová	
9:15	11:00	12:45	14:30	16:15	18:00

Závěrečný test 55F100 (LS 2011/12), Varianta A

Stručné odpovědi pište do připravených kolonek, vše ale podpořte podrobnějšími výpočty, které, pokud se sem nevejdou, pište na další list.

1. (16 bodů) Vyšetřete průběh funkce $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}\left(\frac{x+1}{3-x}\right)$.

Definiční obor:

Limity v krajních bodech D_f :

Průsečíky s osami (a případně hodnoty v dalších bodech):

Derivace:

Lokální a globální extrémy, intervaly monotonie:

Případné asymptoty:

Druhá derivace:

Obor konvexity a konkavity, inflexní body:

Graf:

2. (10 bodů) Najděte všechny stacionární body funkce $f(x, y) = e^{x^2+2x+y^3-3y}$ v \mathbb{R}^2 a pro každý z nich určete, zda se jedná o lokální maximum, lokální minimum či sedlový bod.

Sem vypište všechny stacionární body a jejich typ:

3. (10 bodů) Určete extrémy funkce $f(x, y) = y - x$ na množině

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; -4 \leq x \leq 2, \frac{1}{2}x^2 - 2 \leq y \leq 2 - x\}.$$

Sem vypište všechny kandidáty na extrém na zadané množině a hodnoty funkce f v těchto bodech, mezi nimi vyznačte maximum a minimum, a přidejte náskres množiny:

4. (16 bodů) Určete extrémy funkce $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4z$ na množině

$$M = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3; y^2 + (z - 2)^2 = 68, 3x - 4y - z = 49\}.$$

Sem vypište všechny kandidáty na extrém na zadané množině a hodnoty funkce f v těchto bodech, mezi nimi vyznačte maximum a minimum:

5. (8 bodů) Najděte všechna řešení soustavy rovnic v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 0 & 0 & 2 & 4 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & a & -4 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 5 & -4 \\ 2 & 6 & -1 & 4 & 7 & -7 \end{array} \right)$$

Řešení: