

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 7 (19.3.2012)

Úlohy s derivacemi

1. Je dána funkce $f(x) = x^2 + 4x + 6$. Určete body x , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnicí $a = -2$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny.

2. Je dána funkce $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$. Určete body x , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnicí $a = 1$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny.

3. Ve funkci $f(x) = x^3 + cx^2 - 7x + d$ určete koeficienty c, d tak, aby f měla v bodě 2 tečnu $y = x + 2$.

4. Nechť $f(x) = x^3 + cx^2 + 6x$. Určete, pro která $c \in \mathbb{R}$ má funkce f v bodě 2 inflexní bod, a pro tuto hodnotu c pak rozhodněte, zda bod $x = 2$ leží v intervalu, kde f roste nebo klesá.

5. Nechť $f(x) = \frac{2x+b}{x-3}$. Určete, pro která $b \in \mathbb{R}$ je funkce f v intervalu $(3, +\infty)$ klesající a rozhodněte, zda je f v tomto intervalu konvexní či konkávní.

6. Nechť $f(x) = x^3 - ax^2 + 5x$. Určete, jaké musí být $a \in \mathbb{R}$, aby bod 5 ležel v intervalu konvexity a bod 1 v intervalu konkavity.

7. Nechť $f(x) = x^3 + 6x^2 + cx$. Určete, pro která $c \in \mathbb{R}$ je f rostoucí v celém $\mathbb{R}$.

8. Nechť $f(x) = x^3 - 2x^2 - 13x + d$. Určete, pro která $d \in \mathbb{R}$ má f tečnu $y = 2x + 2$ a ve kterých bodech se tak stane.

Řešení:

1. $x = -3, b = -3$, tečna $y = -2x - 3$.

2. $x = 1, b = 4$, tečna $y = x + 4$; $x = 3, b = 0$, tečna $y = x$.

3. $c = -1, d = 14$.

4. $c = -6$, klesá.

5. $b > -6$, konvexní.

6. $a \in (3, 15)$.

7. $c \geq 12$.

8. dvě řešení: $x = 3, d = -40$; $x = -\frac{5}{3}, d = -\frac{346}{27}$.