Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 17 (14.5.2012)

Soustavy lineárních rovnic s parametrem

Určete hodnost matic v závislosti na parametru a:

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 6 & 7 \\ -2 & -4 & a \end{pmatrix}$ **2.** $\begin{pmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & a & 1 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(V úlohách 1. a 2. také spočtěte determiant matice a uvědomte si, jak souvisí s hodností matice a která metoda dává více informací.)

Najděte všechna řešení soustav rovnic v závislosti na parametru a:

3. $\left(\begin{array}{cc|c} a & 4 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \end{array}\right)$ **4.** $\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & -1 \\ 2 & a & -3 \end{array}\right)$

(V úlohách 3. a 4. si také rozmyslete, kdy lze použít Cramerovo pravidlo a spočtěte řešení pomocí něj.)

Proveďte diskusi počtu řešení soustav rovnic v závislosti na parametru a:

5. $\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & a & -2 & 0 \end{array}\right)$ **6.** $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & a & 0 \\ -1 & 2a & 1 & 0 \\ a & -2 & 1 & 0 \end{array}\right)$

Najděte všechna řešení reálné soustavy v závislosti na parametru $b \in \mathbb{R}$:

7. $\left(\begin{array}{cccc|c} -1 & 1 & -1 & b & 1 \\ 2 & -2 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{array}\right)$ **8.** $\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & 0 & 3 & -3 & -2 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 2 & 5 \\ 0 & 2 & 3 & -1 & b & 8 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 2 & 5 \end{array}\right)$

Řešení:

1. $h = 2$ pro všechna $a \in \mathbb{R}$.

2. $h = 1$ pro $a = 1$, $h = 2$ pro $a = -2$, $h = 3$ v ostatních případech.

3. Pro $a = -2 : v = (-3 + 2t, t), t \in \mathbb{R}$, jinak jediné řešení $(0, \frac{3}{2})$.

4. pro $a = 4$ nemá řešení, jinak jediné řešení $(\frac{6-a}{a-4}, \frac{-1}{a-4})$.

5. pro $a = 9$ nekonečně mnoho řešení (jeden stupeň volnosti), jinak jediné (triviální) řešení.

6. pro $a = -1$ nekonečně mnoho řešení (dva stupně volnosti), pro $a = 2$ nekonečně mnoho řešení (jeden stupeň volnosti), jinak jediné (triviální) řešení.

7. pro $b \neq 1$ jediné řešení $(-3, 1, 3, 0)$, pro $b = 1$: $(-4-t, -2-3t, 2-t, 1+t), t \in \mathbb{R}$.

8. pro $b \neq 3$ nemá řešení, pro $b = 3$ řešení $(-1 - 3t, -2 - 5t, 2 + 4t, 2t, 2), t \in \mathbb{R}$.