

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 7 (2.11.2011)
Limity funkcí II

U zadané funkce určete definiční obor, vypočtete limity krajních bodech definičního oboru a takto nalezené údaje zakreslete do grafu (spolu s průsečíky s osami či dalšími význačnými body):

1. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-16}$

2. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 12}$

3. $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{2x-x^2}}$

4. $f(x) = \sqrt{18 + 9x - 2x^2 - x^3}$

5. $f(x) = \frac{1}{8^x}$

6. $f(x) = (x^2 + 1)5^{2x}$

7. $f(x) = -3xe^{x^2+1}$

8. $f(x) = x^3e^{1-x}$

9. $f(x) = x^2 \ln x$

10. $f(x) = \log_{10} x$

Řešení:

1. $D_f = (-\infty, -4) \cup (-4, 4) \cup (4, +\infty)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -4-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -4+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4+} f(x) = +\infty$, nulový bod -1 .

2. $D_f = (-\infty, -2) \cup \langle 6, +\infty \rangle$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, nulové body jsou $-2, 6$, v nich je limita rovna funkční hodnotě, funkce nabývá pouze nezáporných hodnot.

3. $D_f = (0, 2)$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = +\infty$, funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

4. $D_f = (-\infty, -3) \cup \langle -2, 3 \rangle$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, nulové body jsou $-3, -2, 3$, v nich je limita rovna funkční hodnotě, funkce nabývá pouze nezáporných hodnot.

5. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

6. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, funkce nemá nulové body, nabývá pouze kladných hodnot.

7. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, nulový bod 0 .

8. $D_f = \mathbb{R}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, nulový bod 0 .

9. $D_f = \mathbb{R}_+$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 0$, nulový bod 1 .

10. $D_f = \mathbb{R}_+$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = -\infty$, nulový bod 1 .