

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 11 (23.11.2011)

Použití derivací

1. Necht $f(x) = x^3 + cx^2 + 6x$. Určete, pro která $c \in \mathbb{R}$ má funkce f v bodě 2 inflexní bod, a pro tuto hodnotu c pak rozhodněte, zda bod $x = 2$ leží v intervalu, kde f roste nebo klesá.
2. Necht $f(x) = \frac{2x+b}{x-3}$. Určete, pro která $b \in \mathbb{R}$ je funkce f v intervalu $(3, +\infty)$ klesající a rozhodněte, zda je f v tomto intervalu konvexní či konkávní.
3. Necht $f(x) = x^3 - ax^2 + 5x$. Určete, jaké musí být $a \in \mathbb{R}$, aby bod 5 ležel v intervalu konvexity a bod 1 v intervalu konkavity.
4. Necht $f(x) = x^3 + 6x^2 + cx$. Určete, pro která $c \in \mathbb{R}$ je f rostoucí v celém $\mathbb{R}$.
5. Necht $f(x) = x^3 - 2x^2 - 13x + d$. Určete, pro která $d \in \mathbb{R}$ má f tečnu $y = 2x + 2$ a ve kterých bodech se tak stane.

l'Hospitalovo pravidlo

Následující limity spočítejte pomocí l'Hospitalova pravidla. Zkuste je spočítat také jinou metodou, pokud je to možné, a porovnejte si efektivitu obou metod.

6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x+9}{3x-1}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2+3x+2}{6x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-3x+1}{x-2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$

10. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10}-1}{x-1}$

11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x-1}{x}$

13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2+1}$

14. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x}(x^3 + x^2 + x + 1)$

15. $\lim_{x \rightarrow 0+} (\ln x)\sqrt{x}$

- Řešení:** 1. $c = -6$, klesá. 2. $b > -6$, konvexní. 3. $a \in (3, 15)$. 4. $c \geq 12$.
5. dvě řešení: $x = 3, d = -40$; $x = -\frac{5}{3}, d = -\frac{346}{27}$.
6. 2. 7. $+\infty$. 8. l'Hospitalovo pravidlo nelze použít. 9. 2. 10. 10. 11.
1. 12. 1. 13. $+\infty$. 14. 0. 15. 0.