

Matematika pro ekonomy
Domácí úkol 10 (21.11.2011)

Průběhy funkcí

Vyšetřete průběh následující funkce, tj. najděte její definiční obor, sudost/lichost, průsečíky s osami, případně jiné význačné hodnoty, limity v krajních bodech D_f , lokální a globální extrémy, intervaly monotonie, asymptoty, oblasti konvexity/konkavity včetně inflexních bodů, nakreslete graf funkce.

1. $f(x) = (3 - x)e^x$
2. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x$
3. $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x - 16}$
4. $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 1}$
5. $f(x) = \ln(1 - x^2)$

Další úlohy s derivacemi

6. Je dána funkce $f(x) = x^2 + 4x + 6$. Určete body x , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnicí $a = -2$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny.

7. Je dána funkce $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$. Určete body x , v nichž má tečna ke grafu funkce f rovnici $y = ax + b$ se směrnicí $a = 1$. V každém takovém bodě pak spočítejte hodnotu koeficientu b a napište rovnici příslušné tečny.

8. Ve funkci $f(x) = x^3 + cx^2 - 7x + d$ určete koeficienty c, d tak, aby f měla v bodě 2 tečnu $y = x + 2$.

Řešení:

1. $D_f = \mathbb{R}$, kořen: 3, $\lim_{x \rightarrow -\infty} = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty$, roste v $(-\infty, 2)$, klesá v $\langle 2, +\infty \rangle$, konvexní v $(-\infty, 1)$, konkávní v $\langle 1, +\infty \rangle$, asymptota $y = 0$ v $-\infty$.

2. $D_f = \mathbb{R}$, kořeny: $-5, 0, 3$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = \pm\infty$, roste v $(-\infty, -3)$, $\langle \frac{5}{3}, +\infty \rangle$, klesá v $\langle -3, \frac{5}{3} \rangle$, konvexní v $\langle -\frac{2}{3}, +\infty \rangle$, konkávní v $(-\infty, -\frac{2}{3})$, asymptoty nejsou.

3. $D_f = (-\infty, -8) \cup \langle 2, +\infty \rangle$, kořeny: $-8, 2$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = +\infty$, roste a je konkávní v $\langle 2, +\infty \rangle$, klesá a je konkávní v $\langle -\infty, -8 \rangle$, asymptoty $y = -x - 3$ v $-\infty$, $y = x + 3$ v $+\infty$.

4. $D_f = (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$, kořeny: $1, 4$, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} = \pm\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2\pm} = \pm\infty$, roste v $(-\infty, -1 - \sqrt{10})$ a v $\langle -1 + \sqrt{10}, +\infty \rangle$, klesá v $\langle -1 - \sqrt{10}, -1 \rangle$ a v $-1, -1 + \sqrt{10}$, konkávní v $(-\infty, -1)$, konvexní v $(-1, +\infty)$, asymptota $y = x - 6$ v $\pm\infty$.

5. $D_f = (-1, 1)$, kořen: 0, $\lim_{x \rightarrow \pm 1} = -\infty$, roste v $(-\infty, 0)$, klesá v $\langle 0, \infty \rangle$, konkávní v $(-1, 1)$.

6. $x = -3, b = -3$, tečna $y = -2x - 3$.

7. $x = 1, b = 4$, tečna $y = x + 4$; $x = 3, b = 0$, tečna $y = x$.

8. $c = -1, d = 14$.