

Domácí úkol č. 3, Termín odevzdání: 27.11.2025.

1. (1 bod) Spočtěte plošný obsah množiny M v rovině omezené křivkou

$$(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2), \quad a > 0.$$

2. (1 bod) Spočtěte $\int_M 3y^6$, kde

$$M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2; 0 \leq xy \leq 3; 2x \leq y^2 \leq 4x\}$$

3. (1 bod) Spočtěte objem tělesa M omezeného plochami

$$z = 0, \quad z = x^2 + y^2, \quad x^2 + y^2 = x, \quad x^2 + y^2 = 2x.$$

4. (1 bod) Spočtěte integrál

$$\int_0^1 \frac{x \cdot \ln x}{1-x}.$$

Návod: rozved'te integrand v řadu (pomocí známého rozvoje funkce $\frac{1}{1-x}$), integrujte jednotlivé sčítance a zdůvodněte záměnu integrálu a řady.