

Matematická analýza pro informatiky, LS 18/19

Příklady na cvičení 7 (5.4.2019)

0. Spočítejte primitivní funkci: $\int \frac{dx}{x(1+2\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}$.
1. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2}$
2. $\int_0^1 \arccos x dx$
3. $\int_0^{\ln 4} \sqrt{e^x - 1} dx$
4. $\int_0^{4\pi} \frac{dx}{1+\sin^2 x}$
5. Spočítejte plochu vymezenou grafy funkcí $f(x) = x, g(x) = x^4$.
6. Spočítejte plochu vymezenou grafy funkcí $f(x) = \frac{2}{x^2+1}, g(x) = x^2$.
7. Spočítejte délku grafu funkce $f(x) = \ln(\cos x), x \in \langle 0, \frac{\pi}{6} \rangle$.
8. Spočítejte délku křivky $\varphi(t) = (\cos t + t \sin t, \sin t - t \cos t), t \in \langle 0, 2\pi \rangle$.

Řešení:

0. $\ln x - \frac{3}{2} \ln(\sqrt[6]{x} + 1) - \frac{9}{4} \ln(2\sqrt[3]{x} - \sqrt[6]{x} + 1) - \frac{3}{2\sqrt{7}} \arctg(\frac{4\sqrt[6]{x}-1}{\sqrt{7}})$ (použijeme substituci $y = \sqrt[6]{x}$).
1. $\frac{1}{2}$.
2. 1 (použijeme substituci $x = \cos t$ nebo $t = \arccos x$).
3. $2(\sqrt{3} - \arctg \sqrt{3})$.
4. $2 - \sqrt{2}\pi$ (při použití substituce $y = \tg x$ se zde nelze vyhnout lepení).
5. $\frac{3}{10}$.
6. $\pi - \frac{2}{3}$.
7. $\ln \sqrt{3}$.
8. $2\pi^2$.