Matematická analýza pro informatiky, LS 18/19

Příklady na cvičení 12 (17.5.2019)

Určete globální extrémy funkce $f(x,y)$ na množině M.

1. $$f(x,y) = 2x - y,\ M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x^2 + 2y^2 \leq 18\}.$$

2. $$f(x,y) = y - \frac{1}{6}x^2 - \frac{8}{3}x,\ M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ 3x \leq y \leq -\frac{x^2}{2} + 8;\ y \geq 0\}.$$

3. $$f(x,y) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4y,\ M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ 2 - x \leq y \leq \ln(ex);\ 1 \leq x \leq 4\}.$$

4. $$f(x,y) = x^2 + 2y,\ M = \{[x,y] \in \mathbb{R}^2;\ x \geq 0;\ y \geq -x;\ x^2 + y^2 \leq 17\}.$$

Řešení (všichni kandidáti na extrém + hodnoty):

1. $f(-4,1) = -9$ min, $f(4,-1) = 9$ max.
2. $f(0,0) = f(2,6) = 0$ min, $f(-2,6) = \frac{32}{3}$ max, $f(-4,0) = \frac{16}{3}$, $f(1,3) = \frac{1}{6}$.
3. $f(4,-2) = 0$ min, $f(1,1) = \frac{1}{2}$, $f(4, \ln(4e)) = -8 + 4\ln(4e) \doteq 1,56$ max, $f(2, \ln(2e)) = -6 + 4\ln(2e) \doteq 0,76$.
4. $f(4,1) = 18$ max, $f(1,-1) = -1$ min, $f(0,0) = 0$, $f(0,\sqrt{17}) = 2\sqrt{17} \doteq 8,24$, $f(\sqrt{\frac{17}{2}}, \sqrt{\frac{17}{2}}) = \frac{17}{2} + \sqrt{34} \doteq 14,33$.