

Formulace:  $\min_{x \in \mathcal{X}} \max_{P \in \mathcal{P}} Z_P(L)$ 

s.t.  $E_P(-L) \geq r_{\min} \quad \forall P \in \mathcal{P}$

 $\max_{P \in \mathcal{P}} Z_P(L(x)) \equiv Z^{wc}$  = worst-case riskový funkcionál (obecná riziková míra)

$E_P(-L) \geq r_{\min} \quad \forall P \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \min_{P \in \mathcal{P}} E_P(-L(x)) \geq r_{\min}$

Dále uvažujeme specifickou distribuci vracení (množinu scénářů):

scénáře:  $q^s$ ,  $s=1, \dots, S$  s pravd.  $p_s$  (pro jednoduchost  $p_s = \frac{1}{S} \forall s$ )

$\mathcal{P} = \{P: (q^1, \dots, q^S) \in \mathcal{U}, p_s = \frac{1}{S}\};$

$\mathcal{U} = \{(q^1, \dots, q^S): (q^1, \dots, q^S) = (q^1, \dots, q^S) - (\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S), (\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S) \in V\}$

a,  $V = \{(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S): \underline{\varepsilon}^s \leq \varepsilon^s \leq \bar{\varepsilon}^s, s=1, \dots, S\}$

b,  $V = \{(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S): \underline{\varepsilon}^s \leq \varepsilon^s \leq \bar{\varepsilon}^s\}$

úloha: MEAN-CVaR + b,

$\min_{x, \mu} \max_{\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S} \mu + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \varepsilon^s$

s.t.  $z_s = -x(q^s - \varepsilon^s) - \mu, \quad s=1, \dots, S$

$z_s \geq 0$

$\underline{\varepsilon}^s \leq \varepsilon^s \leq \bar{\varepsilon}^s$

$\min_{\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x(q^s - \varepsilon^s) \geq r_{\min}$

$x \in \mathcal{X}$

Věta: mcht  $L = -x \cdot q$ ,  $Z(L)$  koherenní míra rizika, pak  $Z^{wc}(L)$  je také koherenní míra rizika.

Důkaz: maximum zachováno vředy 4 pořadovací vlastnosti.

Věta: mcht  $Z^{wc}(L)$  je koherenní míra rizika příslušná k  $Z(L')$ , kde  $L = -x \cdot q$ ,  $L' = -x \cdot q'$ . Potom

$Z^{wc}(L) = Z(L') + \max_{(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S) \in V} \sum_{s=1}^S p_s x \varepsilon^s$

Aplikace na naši úlohu:

$\min_{\mu} \mu + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \varepsilon^s + \max_{(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x \varepsilon^s$

s.t.  $z_s = -x \cdot q^s - \mu, \quad s=1, \dots, S$

$z_s \geq 0$

$\underline{\varepsilon}^s \leq \varepsilon^s \leq \bar{\varepsilon}^s, \quad s=1, \dots, S$

$\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x \cdot q^s + \min_{(\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^S)} \left( -\frac{1}{S} \sum_{s=1}^S x \cdot \varepsilon^s \right) \geq r_{\min}$

$x \in \mathcal{X}$