

$$= \frac{1}{\mathcal{P}(X \sim g)} \int_{g^2/2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y} dy = \frac{1}{1-\alpha} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-g^2/2}$$

Úloha optimalizace portfolia - užitečná funkce:

minimální míra rizika, ale zúčinná užitečná funkce:

$$\max E U(g^T x)$$

s.t.  $x \in X$  (= konvexní kompaktní množina)

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n, x \geq 0, \mathbf{1}^T x = 1\}$$

$$\tilde{g}^T x \sim N(r^T x, \tilde{v}_x^2), \quad \tilde{v}_x^2 = x^T V x$$

$$U(r) = 1 - e^{-ar}$$

$$g = \log \frac{p_F}{p_F - 1}$$

$$E U(g^T x) = E(1 - e^{-ag^T x}) = \int_{\mathbb{R}} (1 - e^{-az}) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\tilde{v}_x} e^{-\frac{(z - z^T x)^2}{2\tilde{v}_x^2}} dz \quad \mu = z^T x$$

$$= e^{a^2 \tilde{v}_x^2 - 2ag\mu}$$

$$\max 1 - e^{a^2 \tilde{v}_x^2 - 2ag\mu} \rightarrow \max 2ag\mu - a^2 \tilde{v}_x^2 \rightarrow \max \lambda z^T x - x^T V x, \quad x \in X$$

- problém:
- jak je zvolit  $g$ ? předpokládáme něco hezkého (eliptického), empirické zkratky
  - jak volit užitečnou funkci? předpokládáme (exponenciální, mocninová, logaritmická, kvadratická, ...) × uzavřenou třídu užitečných funkcí  $\Rightarrow$  stochastická dominance

## STOCHASTICKÁ DOMINANCE

- první práce 1940
- myšlenka: zkusit relaci pro náhodnou veličinu

Definice (FSD): náhodná veličina  $X_1$  dominuje  $X_2$  vzhledem ke stochastické dominance 1. řádu ( $X_1 \succeq X_2$ ), jestliže  $E U(X_1) \geq E U(X_2)$  pro všechny užitečné funkce  $u$  takové, že střední hodnoty existují (a neklesají).

(SFSD):  $X_1 \succeq X_2$ , jestliže  $E U(X_1) \geq E U(X_2)$  a existuje  $u$  tak, že  $E U(X_1) > E U(X_2)$ .

Věta (Russek & Seo 1999):  $E U(X_1) \geq E U(X_2) \quad \forall u \in \mathcal{U}_r$  (neklesající)  $\Leftrightarrow E U(X_1) \geq E U(X_2) \quad \forall u \in V$ ,  
kde  $V = \{u_{\mu, \lambda}(x) = \max\{V, \min\{x - \mu, 0\}\}, \mu \in \mathbb{R}, \lambda > 0\}$ .

$V$  = REPRESENTATIVNÍ TŘÍDA PRO FSD.