

Písemka B z matematické analýzy MAI054

zimní semestr 2006 - 2007

Všechny postupy řádně zdůvodněte.

Příklad 1.

Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\cos \frac{3}{n}}{\cos \frac{5}{n}} \right)^{n^2}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 2.

Rozhodněte, pro která $x \in \mathbb{R}$ konverguje resp. absolutně konverguje řada

$$\sum_1^{\infty} \frac{(n+2)^n}{n^{n+2}} (1+x)^n. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 3.

Spočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x + \arcsin x)^{\frac{1}{\ln x}}. \quad (10 \text{ bodů})$$

Příklad 4.

Určete ve kterých bodech $x \in \mathbb{R}$ je spojitá funkce

$$f(x) = \sqrt{2x^2 - 2x - \frac{1}{2}} \quad (10 \text{ bodů})$$

a ve kterých bodech existují její oboustranné resp. jednostranné derivace a spočítejte je.

Příklad 5.

Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \arcsin \frac{x}{2} + |x - 1|. \quad (20 \text{ bodů})$$

Písemka B – výsledky:

Příklad 1: e^8 .

Příklad 2: Pro $x \in \langle -2, 0 \rangle$ konverguje absolutně, jinak diverguje. Lze použít odmocninové a limitní srovnávací kritérium.

Příklad 3: e .

Příklad 4: $D_f = \mathbb{R}$, f je spojitá na \mathbb{R} . $f'(x) = \frac{2x^2 - 2x(x-1)\ln 2}{\sqrt{2x^2 - 2x - \frac{1}{2}}}$ pro $x \in (-\infty, 1) \cup$

$(1, +\infty)$; $f'_+(1) = \sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$, $f'_-(1) = -\sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$.

Příklad 5:

