

Písemná zkouška z Matematiky I pro IES FSV UK (E)
ZS 2004-2005

Příklad 1 : Spočtěte limitu posloupnosti:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^n + 2^n + n^2} \cdot \log \left(1 + \frac{7}{n} \right) \quad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 2 : Spočtěte limitu:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin^2 x)^{\frac{1}{x^2}} \quad (15 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Vyšetřete spojitost (včetně jednostranné spojitosti) a spočtěte derivaci funkce

$$f(x) = \sqrt[3]{2 - \sqrt{x}}$$

ve všech bodech, v nichž existuje (včetně jednostranných derivací, neexistuje-li oboustranná).
(10 bodů)

Příklad 4 : Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \exp \left(\frac{3}{4 \log x} \right). \quad (20 \text{ bodů})$$

Příklad 5 : (Alespoň dvě úlohy je třeba vyřešit bezchybně)

- (a) Najděte všechna reálná řešení rovnice $3^{1+x} + 3^{1-x} = 10$.
- (b) Najděte všechna reálná řešení rovnice $|x + 1| + |x - 1| = x + 2$.
- (c) Načrtněte graf funkce $f(x) = |2x - 2| - 1$.

Výsledky písemky z Matematiky I pro IES FSV UK (E)
ZS 2004-2005

Příklad 1: 7

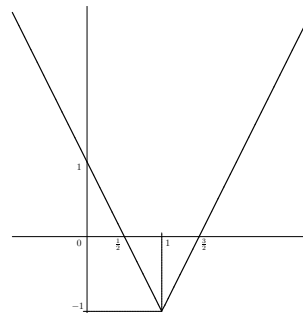
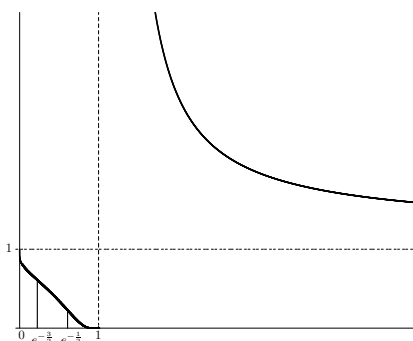
Příklad 2: \sqrt{e}

Příklad 3: $D_f = \langle 0, +\infty \rangle$, f je spojitá na $\langle 0, +\infty \rangle$, $f'(x) = -\frac{1}{6\sqrt{x}\sqrt[3]{(2-\sqrt{x})^2}}$ pro $x \in (0, 4) \cup (4, +\infty)$; $f'_+(0) = f'(4) = -\infty$

Příklad 4: $D_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$, f je spojitá v každém bodě D_f . Limita v 0 zprava je 1, v 1 zleva je 0, v 1 zprava $+\infty$, v $+\infty$ je 1. f je klesající na $(0, 1)$ a na $(1, +\infty)$, $H_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. f je konvexní na $(0, e^{-3/2})$, na $(e^{-1/2}, 1)$ a na $(1, +\infty)$, konkávní na $(e^{-3/2}, e^{-1/2})$, v bodech $e^{-3/2}$ a $e^{-1/2}$ jsou inflexní body. Asymptota v $+\infty$ je $x \mapsto 1$.

Graf:

5(c):



Příklad 5: (a) $-1, 1$ (b) $0, 2$